

Mentor di Matematica

1



Gioconda Moscariello, Vincenzo Ferone

Edizioni



CISIA

Consorzio Interuniversitario
Sistemi Integrati per l'Accesso



Mentor di Matematica

Edizioni CISIA
2015

Curatori della collezione Mentor:

Logica: LUISELLA CAIRE, PAOLA SURIA ARNALDI

Matematica: GIOCONDA MOSCARIELLO, VINCENZO FERONE

Scienze fisiche e chimiche: ROBERTO PIAZZA, PAOLO SARTI

Redazione

Revisori: CLAUDIO BECCARI, CLAUDIO CASAROSA

Organizzazione: GIUSEPPE FORTE, GIORGIO FILIPPI

Impaginazione e layout: CLAUDIO BECCARI



Copyright © 2015

CISIA – Consorzio interuniversitario Sistemi integrati per l'accesso - All rights reserved.

CISIA

Presidente

ARMANDO BRANDOLESE Politecnico di Milano

Vice presidente

BIANCA MARIA LOMBARDO Università di Catania

Direttore

CLAUDIO CASAROSA Università di Pisa

Consiglio scientifico

MARCO ABATE	Università di Pisa
CLAUDIO BECCARI	Politecnico di Torino
MARCO LONZI	Università di Siena
GIOCONDA MOSCARIELLO	Università di Napoli – Federico II
ROBERTO PIAZZA	Politecnico di Milano
MAURIZIO VERRI	Politecnico di Milano

Consiglio direttivo

ARMANDO BRANDOLESE	Politecnico di Milano
BIANCA MARIA LOMBARDO	Università di Catania
CLAUDIO CASAROSA	Università di Pisa
ANDREA STELLA	Università di Padova
PAOLO VILLANI	Università di Salerno

Sede

Via Malagoli, 12
56122 PISA
www.cisiaonline.it

Presentazione

Questo libretto è uno strumento di autoapprendimento; non serve per simulare un test, ma per esercitarsi a rispondere a quesiti a risposta chiusa su materie specifiche che vengono generalmente incluse nei test di ammissione alle università.

Il libretto ha una forma particolare e non può essere usato leggendo le pagine in modo sequenziale; una lettura sequenziale è volutamente quasi incomprensibile. La lettura va eseguita in questo modo: si comincia dal primo quesito; si legge il testo e si sceglie una risposta andando alla pagina indicata a fine risposta. Se la risposta è giusta la nuova pagina lo conferma, magari aggiungendo qualche piccola informazione e indica la pagina dove trovare il quesito successivo. Se invece la risposta scelta è sbagliata la nuova pagina spiega perché è sbagliata e indica la pagina per tornare al quesito di cui si è scelta la risposta sbagliata.

Come si vede, quindi, il percorso di lettura è obbligato mediante le indicazioni delle pagine a cui spostarsi. Invece la lettura sequenziale è praticamente impossibile perché sia i quesiti sia le risposte sono distribuiti “casualmente” lungo il testo e non ci sono due elementi logicamente consecutivi (quesiti o spiegazioni alle risposte) collocati nel testo in posizioni adiacenti.

In questo particolare mentor si rivedono i concetti di matematica che si suppone siano noti alla maggioranza degli studenti che si iscrivono all’Università. Certo la moltitudine di istituti di istruzione secondaria è così eterogenea in Italia, che i relativi programmi spesso non coprono tutto il programma di matematica che sarebbe utile avere svolto prima di iscriversi ad una facoltà tecnica o scientifica. Per questo motivo in questo mentor le nozioni che vengono ripassate o apprese fanno parte di un programma di matematica non troppo avanzato che si ferma alla trigonometria piana e non si spinge nell’analisi matematica. Nello stesso tempo, per esempio, non tratta per niente la matematica finanziaria, che invece è sviluppata in alcuni istituti di istruzione secondaria. Nonostante la scelta di un programma così semplificato non si può tuttavia ignorare che in alcuni istituti non si arriva a coprire i concetti essenziali necessari per cominciare gli studi universitari con il piede giusto.

Conviene separare la revisione o l’apprendimento dei concetti di matematica separando anche le conoscenze dalle competenze; entrambe sono essenziali, ma è meglio procedere per gradi. Nello stesso tempo, per agevolare il lettore, questo mentor contiene un indice delle sezioni con il quale è possibile riprendere la revisione delle conoscenze dalla sezione che maggiormente interessa, vuoi Matematica 1, per le conoscenze, vuoi Matematica 2 per le competenze. Non è ovviamente il caso di ricordare che le conoscenze, al di là dell’aspetto formale e rigoroso delle definizioni matematiche, richiede di verificare di sapere di che cosa si sta parlando. Analogamente per le competenze non si tratta solo di sapere di che cosa si sta parlando, ma anche di saperlo usare; risolvere un problema esposto a parole non richiede solo di sapere di che cosa si sta parlando, ma anche di saper maneggiare le informazioni contenute nell’enunciato del problema per arrivare ad una sua soluzione possibilmente in modo efficiente ed efficace.

Il tempo da dedicare ad ogni quesito non dovrebbe essere troppo lungo; tuttavia la revisione o l’autoapprendimento dei concetti matematici è una cosa molto diversa dall’affrontare un test di ammissione attuato mediante un questionario ricco di quesiti a risposte multiple chiuse, avendo a disposizione per ogni quesito mediamente un paio di minuti. Il tempo per rispondere in questo genere di test assieme alla difficoltà stessa del quesito è un elemento essenziale per l’efficacia del test di ammissione; permette di separare meglio il campione di candidati che si presentano al test in modo da discriminare la preparazione dei singoli candidati. Di solito questo non impedisce a candidati brillanti, che hanno seguito studi secondari superiori poco adatti alla facoltà prescelta, di mostrare le loro capacità; altrettanto bene si possono individuare meglio quei candidati che, pur

avendo seguito degli studi secondari adatti alla facoltà, non sono così interessati alle discipline che costituiscono le basi dei loro futuri studi.

Ecco perché la revisione delle conoscenze e delle competenze acquisite in matematica è importante; così come è importante scoprire che non si hanno conoscenze adeguate in alcune parti, così da poter colmare le lacune prima di affrontare gli studi universitari.

Il programma di matematica su cui vertono i quesiti a risposta chiusa coprono le conoscenze e le competenze indicate nell'elenco seguente.

Aritmetica ed algebra Proprietà e operazioni sui numeri (interi, razionali, reali). Valore assoluto. Potenze e radici. Logaritmi ed esponenziali. Calcolo letterale. Polinomi (operazioni, decomposizione in fattori). Equazioni e disequazioni algebriche di primo e secondo grado o ad esse riducibili. Sistemi di equazioni di primo grado. Equazioni e disequazioni razionali fratte e con radicali.

Geometria Segmenti ed angoli; loro misura e proprietà. Rette e piani. Luoghi geometrici notevoli. Proprietà delle principali figure geometriche piane (triangoli, circonferenze, cerchi, poligoni regolari, ecc.) e relative lunghezze ed aree. Proprietà delle principali figure geometriche solide (sfere, coni, cilindri, prismi, parallelepipedi, piramidi, ecc.) e relativi volumi ed aree della superficie.

Geometria analitica e funzioni numeriche Coordinate cartesiane. Il concetto di funzione. Equazioni di rette e di semplici luoghi geometrici (circonferenze, ellissi, parabole, iperboli, ecc.). Grafici e proprietà delle funzioni elementari (potenze, logaritmi, esponenziali, ecc.). Calcoli con l'uso dei logaritmi. Equazioni e disequazioni logaritmiche ed esponenziali.

Trigonometria Grafici e proprietà delle funzioni seno, coseno e tangente. Le principali formule trigonometriche (addizione, sottrazione, duplicazione, bisezione). Equazioni e disequazioni trigonometriche. Relazioni fra elementi di un triangolo.

Come si usa il mentor

Nel mentor i quesiti e le spiegazioni delle risposte chiuse che essi contengono sono mescolati a caso, ma di fianco ad ogni risposta è indicato in quale pagina si trova la soluzione mediante una manina nera il cui indice punta alla pagina alla quale spostarsi; nella pagina indicata, la spiegazione è ben individuata come risposta 'X' al quesito 'Y'. La spiegazione consiste in un titolo che classifica la risposta come giusta o sbagliata ed è seguita da un breve testo esplicativo eventualmente corredato da formule e da disegni. Alla fine del breve testo un'altra manina nera indica a quale pagina andare per proseguire l'uso del mentor; in particolare se la risposta data era sbagliata la manina indica di tornare al quesito a cui non si è riusciti a rispondere, mentre se la risposta era giusta la manina indica la pagina del quesito successivo. Generalmente nella pagina del quesito successivo c'è ne solo uno; rarissimamente nella stessa pagina si trovano due o più quesiti. Per questo motivo al fine di rendere inequivocabile quale sia il quesito successivo la frase che segue la manina dice "al quesito Z nella pagina W". Se viene indicata solo la pagina W, vuol dire essa punta alla successiva sezione del mentor oppure alla sua conclusione.

Anche se i quesiti sono numerati sequenzialmente nel mentor, il gioco di rinvii procede in ordine sparso; mediante i puntatori alle pagine, alla fine della lettura comunque ogni quesito sarà stato raggiunto.

La lettura non avviene sequenzialmente secondo la numerazione delle pagine, ma solo seguendo la sequenza delle pagine indicate dalle varie manine. La lettura secondo la sequenza naturale

delle pagine è virtualmente impossibile. Insomma, si è costretti a pensare con attenzione ad ogni quesito per procedere con la sequenza delle risposte giuste.

Se ad un quesito si risponde una o due volte con una risposta sbagliata è probabile che l'argomento su cui verte il quesito costituisca una lacuna o che l'argomento non sia stato assimilato a dovere. Lo scopo del mentor di mettere in luce le carenze di conoscenze e/o competenze è così raggiunto. Il lettore rivedrà quell'argomento sui suoi libri di testo o su libri di testo conformi al syllabo indicato sopra¹; acquisite le conoscenze mancanti, e possibilmente anche le competenze mediante lo svolgimento degli esercizi proposti nel testo, il lettore può ricominciare da capo la sezione del mentor che stava svolgendo.

Se invece si procede bene lungo la lettura guidata del mentor, vuol dire che il lettore dispone delle conoscenze e delle conoscenze necessarie; sarà sua cura, eventualmente, di rimarcare se ha incontrato argomenti che l'hanno costretto a molto lavoro mentale e materiale ma comunque è riuscito a procedere fino alla fine del mentor, potrà rivedere gli argomenti che lo hanno impacciato di più per rivederne la teoria e/o per svolgere ulteriori esercizi per acquisire maggiore "disinvoltura" operativa. Nuovamente lo scopo del mentor è raggiunto; il lettore infatti ha identificato le sue eventuali debolezze e ha modo di esercitarsi per irrobustirsi negli argomenti che gli sono risultati più ostici.

Il metodo seguito in questo test è ispirato ad un libro di una cinquantina di anni fa che allora era risultato utilissimo a molti giovani. Convinti che, anche in presenza di tecnologie più moderne, l'apprendimento si basi, ieri come oggi, sempre sulle esperienze cognitive individuali, contiamo che i lettori di questo testo apprezzino il metodo proposto e trovino utile il prodotto delle nostre fatiche.

¹I testi destinati al liceo classico dovrebbero essere adatti per questo scopo.

Elenco delle sezioni

Matematica 1	8
Matematica 2	87

Matematica 1

Iniziare dalla pagina che contiene il quesito da cui cominciare la lettura del mentor, come indicato nel riquadro sottostante.

quesito 60 nella pagina 86

La risposta C al quesito 20 è giusta

Posto $t = x^2$, l'equazione diventa $t^2 + 3t - 4 = 0$. Usando la formula risolutiva delle equazioni di secondo grado, le soluzioni di tale equazione sono $t_1 = -4$ e $t_2 = 1$. Tenendo conto della posizione fatta, bisogna risolvere le seguenti due equazioni:

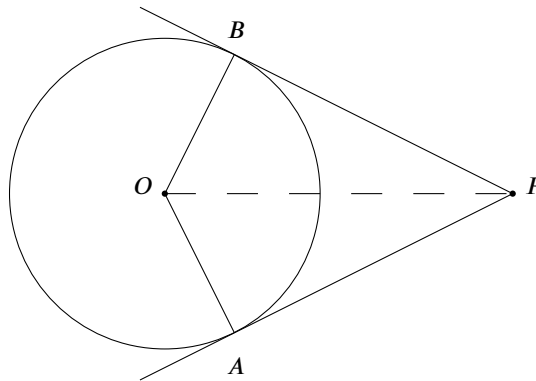
$$x^2 = -4 \quad \text{e} \quad x^2 = 1.$$

La prima non ammette soluzioni reali, mentre la seconda ammette due soluzioni reali $x_1 = -1$ e $x_2 = 1$. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 34 nella pagina 59

La risposta A al quesito 48 è sbagliata

Facendo riferimento alla figura, il poligono $PAOB$ è l'unione dei due triangoli rettangoli POA e POB .



Quindi:

$$\text{area}(PAOB) = 2 \cdot \text{area}(POA) = 2 \cdot \frac{\overline{OA} \cdot \overline{AP}}{2} = \overline{OA} \cdot \overline{AP}.$$

Se $\overline{PO} = 3$ cm, facendo uso del teorema di Pitagora, si può calcolare $\overline{AP}$ e dedurre che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 48 nella pagina 73

La risposta A al quesito 11 è sbagliata

L'intersezione di r_1 con r_2 è il punto $(0,0)$, quella di r_1 con r_3 è il punto $(7,0)$, quella di r_2 con r_3 è il punto $(\frac{7}{3}, \frac{14}{3})$. Quindi il triangolo assegnato si trova nel primo quadrante ed ha un lato sull'asse x . È facile verificare che il punto $(3,5)$ non è interno al triangolo che ha come vertici $(0,0)$, $(7,0)$ e $(\frac{7}{3}, \frac{14}{3})$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 11 nella pagina 25

La risposta D al quesito 52 è sbagliata

Gli studenti che hanno superato l'esame al primo appello rappresentano una frazione di $\frac{30}{100}$ del totale, quindi gli studenti che restano dopo il primo appello sono i $\frac{70}{100}$ del totale. Gli studenti che hanno superato l'esame al secondo appello sono una frazione del totale pari a $\frac{10}{100} \times \frac{70}{100} = \frac{7}{100}$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 52 nella pagina 77

La risposta E al quesito 6 è sbagliata

I numeri considerati sono tutti positivi, quindi per confrontarli basta confrontarne il quadrato. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 6 nella pagina 17

La risposta D al quesito 40 è sbagliata

L'equazione di una circonferenza di centro C di coordinate (1,1) e raggio $r > 0$ è:

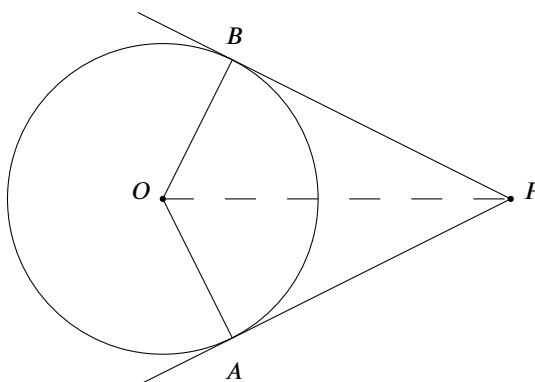
$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = r^2$$

L'equazione $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$ si può scrivere come $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$. Quindi essa rappresenta la circonferenza di centro C e raggio $\sqrt{2}$ e tale circonferenza non è tangente all'asse delle x . Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 40 nella pagina 65

La risposta E al quesito 48 è sbagliata

Facendo riferimento alla figura, il poligono $PAOB$ è l'unione dei due triangoli rettangoli POA e POB .



Quindi:

$$\text{area}(PAOB) = 2 \cdot \text{area}(POA) = 2 \cdot \frac{\overline{OA} \cdot \overline{AP}}{2} = \overline{OA} \cdot \overline{AP}.$$

Quesito 1

Un triangolo equilatero è inscritto in una circonferenza; il rapporto fra la lunghezza della circonferenza e il perimetro del triangolo è:

- | | | |
|---------------------|----------|----|
| A. $4\pi/3$ | ➡ pagina | 79 |
| B. $\pi/3$ | ➡ pagina | 37 |
| C. $\sqrt{3}\pi/2$ | ➡ pagina | 26 |
| D. $2\sqrt{3}\pi/9$ | ➡ pagina | 47 |
| E. $2\pi/\sqrt{3}$ | ➡ pagina | 69 |

Se $\overline{PO} = \frac{3}{2}$ cm, facendo uso del teorema di Pitagora, si può calcolare $\overline{AP}$ e dedurre che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 48 nella pagina 73

La risposta B al quesito 42 è giusta

Vale $\sqrt{x^2} = |x|$, quindi l'equazione proposta è equivalente a $|x| = x$. Ricordando la definizione di valore assoluto si ha che essa è soddisfatta solo per $x \geq 0$. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 51 nella pagina 76

La risposta E al quesito 59 è sbagliata

Vale:

$$f(10 \cdot x^{-2}) = \log_{10}(10 \cdot x^{-2}).$$

Se si fa uso delle proprietà del logaritmo, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 59 nella pagina 86

La risposta A al quesito 31 è sbagliata

Il solido ottenuto è una sfera di raggio 1 cm alla quale è stata tolta una sfera di raggio $\frac{1}{2}$ cm. Calcolando il volume di tali sfere, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 31 nella pagina 56

Quesito 2

Dato un numero reale x , la seguente relazione $\frac{2^x \cdot 2}{\sqrt{4^{x+1}}}$ vale:

- A. $1/2^x$
- B. 0
- C. $1/2$
- D. 2
- E. 1

- ☛ pagina 23
- ☛ pagina 52
- ☛ pagina 58
- ☛ pagina 18
- ☛ pagina 53

La risposta B al quesito 53 è giusta

Vale:

$$\log_{10} \sqrt[3]{x^2 + 1} = \frac{1}{3} \log_{10}(x^2 + 1)$$
$$\log_{10} 1000 = \log_{10} 10^3 = 3 \log_{10} 10 = 3,$$

e quindi $\log_{10} \sqrt[3]{x^2 + 1} \cdot \log_{10} 1000 = \log_{10}(x^2 + 1)$. Pertanto la risposta è giusta.

☛ al quesito 21 nella pagina 35

La risposta A al quesito 47 è sbagliata

Poiché il triangolo T è rettangolo, si può affermare che i due lati uguali formano un angolo retto. Ricordando che la somma degli angoli interni di un triangolo è pari ad un angolo piatto, si deduce che la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 47 nella pagina 72

La risposta A al quesito 29 è sbagliata

Il rettangolo che ha due lati coincidenti con due lati paralleli dell'esagono ha base pari a L e altezza pari al doppio dell'apotema. Se si calcola la lunghezza dell'apotema, si deduce che la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 29 nella pagina 52

La risposta A al quesito 26 è sbagliata

Il numero 7 non è un divisore di 30. Pertanto la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 26 nella pagina 47

Quesito 3

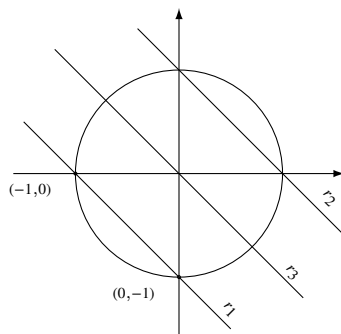
Un angolo misura 2 radianti, quindi

- | | | |
|--|----------|----|
| A. il suo seno è positivo | ☛ pagina | 15 |
| B. il suo seno e il suo coseno hanno lo stesso segno | ☛ pagina | 78 |
| C. l'angolo è acuto | ☛ pagina | 78 |
| D. la sua tangente non esiste | ☛ pagina | 66 |
| E. il suo coseno è positivo | ☛ pagina | 44 |

La risposta B al quesito 44 è giusta

Gli insiemi individuati da ciascuna condizione (vedi figura) possono essere descritti come segue.

	Condizione	Insieme di punti
(1)	$(x + y)^2 = 1$	due rette $r_1 : x + y = -1$ e $r_2 : x + y = 1$
(2)	$x^2 + y^2 = 1$	circonferenza di centro l'origine e raggio 1
(3)	$x + y \leq 0$	semipiano che si trova sotto la retta $r_3 : x + y = 0$



Le condizioni (1) e (3) sono verificate contemporaneamente da tutti e soli i punti della retta r_1 . Quindi, i punti che verificano tutte e tre le condizioni assegnate sono $(-1,0)$ e $(0,-1)$, cioè tutti e soli quelli che soddisfano il sistema

$$\begin{cases} x + y = -1 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \iff \begin{cases} y = -x - 1 \\ x^2 + x = 0. \end{cases}$$

Pertanto la risposta è giusta.

☛ al quesito 15 nella pagina 29

Quesito 4

Nell'insieme dei numeri reali la disequazione $x^4 + 5 < 0$ è verificata

- | | | |
|--------------------------|----------|----|
| A. sempre | ➡ pagina | 58 |
| B. se $x = -5$ | ➡ pagina | 50 |
| C. mai | ➡ pagina | 77 |
| D. se $x > -5$ | ➡ pagina | 61 |
| E. se $x < -\sqrt[4]{5}$ | ➡ pagina | 24 |

La risposta B al quesito 12 è giusta

Per $0 \leq x \leq \pi$ la funzione $\sin(x)$ assume tutti e soli i valori compresi tra 0 e 1. Quindi l'equazione proposta ammette almeno una soluzione se e solo se $0 \leq 2 - k \leq 1$, cioè $1 \leq k \leq 2$. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 4 nella pagina 14

La risposta D al quesito 17 è sbagliata

Il grado di un polinomio nella variabile x è il grado massimo dei monomi che lo compongono (evidentemente il coefficiente del monomio di grado massimo non è nullo). La somma di polinomi di grado 3 è un polinomio che contiene monomi che sono al più di terzo grado, ma non è detto che ne contenga uno di terzo grado. Ad esempio, se $p(x) = x - x^3$ e $q(x) = x + x^3$, vale $p(x) + q(x) = 2x$, che è un polinomio di primo grado. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 17 nella pagina 31

La risposta D al quesito 45 è sbagliata

Ad esempio, il valore $x = \frac{\pi}{2}$ risolve l'equazione, ma non si scrive nella forma $x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$, per qualche valore intero di k . Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 45 nella pagina 70

La risposta C al quesito 42 è sbagliata

È facile verificare che, per esempio, anche $x = 1$ soddisfa l'equazione proposta. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 42 nella pagina 67

La risposta B al quesito 8 è giusta

Le ruote utilizzate percorrono complessivamente $2 \cdot 600 \text{ km} = 1200 \text{ km}$. Quindi ogni ruota deve essere usata per $\frac{1200}{3} \text{ km} = 400 \text{ km}$. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 41 nella pagina 66

La risposta C al quesito 24 è sbagliata

Per $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ vale $0 < \sin x < 1$ e $-1 < \cos x < 0$, quindi $\cos x + \sin x < 1 < \sqrt{2}$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 24 nella pagina 45

La risposta D al quesito 29 è sbagliata

Il rettangolo che ha due lati coincidenti con due lati paralleli dell'esagono ha base pari a L e altezza pari al doppio dell'apotema. Se si calcola la lunghezza dell'apotema, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 29 nella pagina 52

La risposta E al quesito 17 è giusta

Il grado di un polinomio nella variabile x è il grado massimo dei monomi che lo compongono (evidentemente il coefficiente del monomio di grado massimo non è nullo). La somma di polinomi di grado 3 è un polinomio che contiene monomi che sono al più di terzo grado, quindi $p(x) + q(x)$ ha grado ≤ 3 . Il prodotto di polinomi è un polinomio che si ottiene sommando i prodotti di ciascun monomio del primo per ciascun monomio del secondo, quindi $p(x) \cdot q(x)$ contiene un monomio di sesto grado (massimo grado). Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 22 nella pagina 43

La risposta A al quesito 3 è giusta

Vale $\frac{\pi}{2} < 2 < \pi$, quindi $\sin 2 > 0$. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 13 nella pagina 27

La risposta C al quesito 12 è sbagliata

Ad esempio, se $k = 0$, l'equazione diventa $\sin(x) = 2$, ma, per $0 \leq x \leq \pi$, la funzione $\sin(x)$ assume tutti e soli i valori compresi tra 0 e 1. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 12 nella pagina 26

Quesito 5

Avendo un triangolo equilatero A di lato a ed un triangolo equilatero B di lato $2a$ si ha che la superficie di B risulta:

- | | |
|---|-------------|
| A. maggiore di quella di A ma comunque minore del doppio di quella di A | ☛ pagina 69 |
| B. quadrupla di quella di A | ☛ pagina 27 |
| C. maggiore del quadruplo di quella di A | ☛ pagina 84 |
| D. doppia di quella di A | ☛ pagina 55 |
| E. non deducibile da quella di A | ☛ pagina 40 |

La risposta E al quesito 11 è sbagliata

L'intersezione di r_1 con r_2 è il punto $(0,0)$, quella di r_1 con r_3 è il punto $(7,0)$, quella di r_2 con r_3 è il punto $(\frac{7}{3}, \frac{14}{3})$. Quindi il triangolo assegnato si trova nel primo quadrante ed ha un lato sull'asse x . Il punto $(-3,2)$ non appartiene al primo quadrante. Pertanto la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 11 nella pagina 25

La risposta E al quesito 27 è sbagliata

Se si fa uso delle proprietà del logaritmo, si deduce che la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 27 nella pagina 48

La risposta D al quesito 39 è giusta

Il punto $P = (x,y)$ coincide con il punto $(-1,2)$ se e solo se è tale che $x = -1$ e $y = 2$. Negare tale condizione significa che $x \neq -1$ oppure $y \neq 2$. Pertanto la risposta è giusta.

☛ al quesito 9 nella pagina 21

La risposta E al quesito 49 è giusta

Scriviamo la disequazione in una forma equivalente:

$$\frac{x+3}{x+1} - 2 \geq 0 \iff \frac{x+3-2(x+1)}{x+1} \geq 0 \iff \frac{1-x}{x+1} \geq 0.$$

Le soluzioni si ottengono risolvendo i seguenti sistemi:

$$\begin{cases} 1-x \geq 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \quad \text{oppure} \quad \begin{cases} 1-x \leq 0 \\ x+1 < 0 \end{cases}$$

Il primo sistema è risolto per $-1 < x \leq 1$, mentre il secondo è impossibile. Pertanto la risposta è giusta.

☛ al quesito 19 nella pagina 33

Quesito 6

Mettere in ordine crescente i tre numeri 7 , $\sqrt{47}$, $\sqrt{3} + \sqrt{27}$

- | | |
|---|-------------|
| A. $\sqrt{3} + \sqrt{27} < \sqrt{47} < 7$ | ➡ pagina 17 |
| B. $\sqrt{47} < \sqrt{3} + \sqrt{27} < 7$ | ➡ pagina 38 |
| C. $7 < \sqrt{47} < \sqrt{3} + \sqrt{27}$ | ➡ pagina 27 |
| D. $7 < \sqrt{3} + \sqrt{27} < \sqrt{47}$ | ➡ pagina 44 |
| E. $\sqrt{47} < 7 < \sqrt{3} + \sqrt{27}$ | ➡ pagina 10 |

La risposta C al quesito 54 è sbagliata

Se si ricorda che, per ogni $x \in \mathbb{R}$, si ha $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ e $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 54 nella pagina 79

La risposta A al quesito 6 è sbagliata

I numeri considerati sono tutti positivi, quindi per confrontarli basta confrontarne il quadrato. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 6 nella pagina 17

La risposta E al quesito 38 è sbagliata

Se V_{sfera} e V_{cubo} sono, rispettivamente, il volume della sfera e del cubo, poiché la sfera è contenuta nel cubo vale:

$$\frac{V_{\text{sfera}}}{V_{\text{cubo}}} < 1.$$

D'altra parte $\frac{\pi}{2} > 1$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 38 nella pagina 63

La risposta C al quesito 7 è giusta

La funzione $y = \sqrt[3]{x}$ è una funzione crescente da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ ed ha lo stesso segno di x . Quindi la disequaglianza $\sqrt[3]{x^3 + 8} < 0$ è soddisfatta se e solo se $x^3 + 8 < 0$, cioè $x^3 < -8 = (-2)^3$. Quest'ultima disequazione è soddisfatta se e solo se $x < -2$. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 5 nella pagina 16

Quesito 7

Si ha $\sqrt[3]{x^3 + 8} < 0$

- | | | |
|-----------------------------------|---|-----------|
| A. se e solo se $x < -1$ | ➡ | pagina 84 |
| B. per nessun valore reale di x | ➡ | pagina 34 |
| C. se e solo se $x < -2$ | ➡ | pagina 17 |
| D. se e solo se $x < 0$ | ➡ | pagina 39 |
| E. se e solo se $x < 1$ | ➡ | pagina 68 |

La risposta D al quesito 31 è sbagliata

Il solido ottenuto è una sfera di raggio 1 cm alla quale è stata tolta una sfera di raggio $\frac{1}{2}$ cm. Calcolando il volume di tali sfere, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 31 nella pagina 56

La risposta B al quesito 17 è sbagliata

Il grado di un polinomio nella variabile x è il grado massimo dei monomi che lo compongono (evidentemente il coefficiente del monomio di grado massimo non è nullo). Il prodotto di polinomi è un polinomio che si ottiene sommando i prodotti di ciascun monomio del primo per ciascun monomio del secondo. Quindi $p(x) \cdot q(x)$ contiene un monomio di sesto grado. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 17 nella pagina 31

La risposta E al quesito 42 è sbagliata

È facile verificare che, per esempio, $x = -1$ non soddisfa l'equazione proposta. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 42 nella pagina 67

La risposta D al quesito 2 è sbagliata

Se si fa uso delle proprietà delle potenze, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 2 nella pagina 12

La risposta E al quesito 13 è sbagliata

La somma degli angoli interni di un poligono, regolare o non regolare, avente n lati è pari a $(n-2)$ angoli piatti. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 13 nella pagina 27

Quesito 8

Un motociclista accorto, in un suo viaggio di 600 km, fa uso anche della ruota di scorta, in maniera che alla fine del viaggio le tre ruote subiscano la stessa usura. Quanti chilometri avrà percorso ogni ruota alla fine del viaggio?

- | | |
|-----------|-------------|
| A. 350 km | ➡ pagina 73 |
| B. 400 km | ➡ pagina 15 |
| C. 450 km | ➡ pagina 27 |
| D. 500 km | ➡ pagina 66 |
| E. 200 km | ➡ pagina 28 |

La risposta C al quesito 19 è sbagliata

Se si fa uso del teorema del resto, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 19 nella pagina 33

La risposta D al quesito 41 è giusta

Il numero 2 è primo, quindi appartiene ad A. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 39 nella pagina 64

La risposta C al quesito 25 è sbagliata

I numeri $a = 0$ e $b = 0$ soddisfano $a^2 + b^2 = 0$, ma non vale $a + b = 1$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 25 nella pagina 46

La risposta B al quesito 50 è sbagliata

Vale:

$$(\sqrt{3} \sin^2 x + \sqrt{3} \cos^2 x - 2 \sin x)|_{x=\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3} \frac{1}{4} + \sqrt{3} \frac{3}{4} - 2 \frac{1}{2} \neq 0.$$

Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 50 nella pagina 75

La risposta E al quesito 51 è sbagliata

Il numero $(\sqrt{5} + \sqrt{8})/2$ non è razionale. Infatti, se lo fosse, lo sarebbe anche il suo quadrato

$$\left(\frac{\sqrt{5} + \sqrt{8}}{2}\right)^2 = \frac{5 + 8 + 2\sqrt{40}}{4} = \frac{13}{4} + \sqrt{10},$$

e quindi sarebbe razionale anche $\sqrt{10}$, ma non c'è nessun numero razionale il cui quadrato sia 10. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 51 nella pagina 76

La risposta D al quesito 33 è sbagliata

Ricordando che un polinomio è divisibile per un secondo polinomio se esiste un terzo polinomio che moltiplicato per il secondo dia come risultato il polinomio di partenza, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 33 nella pagina 58

La risposta C al quesito 41 è sbagliata

Il numero 13 è dispari, quindi appartiene ad A. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 41 nella pagina 66

La risposta A al quesito 35 è sbagliata

Vale:

$$f(x-2) = (x-2)^2 - (x-2)^3.$$

Eseguendo i calcoli, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 35 nella pagina 60

La risposta A al quesito 14 è sbagliata

Se si osserva che una diagonale forma, con due lati consecutivi del parallelogramma, un triangolo, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 14 nella pagina 28

La risposta E al quesito 43 è sbagliata

Se si fa uso delle proprietà delle potenze con la stessa base, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 43 nella pagina 68

Quesito 9

Rispetto ad un riferimento cartesiano ortogonale Oxy l'equazione dell'asse del segmento di estremi $(0,0)$ e $(2,2)$ è:

- | | | |
|----------------|----------|----|
| A. $x - y = 2$ | ☛ pagina | 75 |
| B. $x = 1$ | ☛ pagina | 36 |
| C. $y = x$ | ☛ pagina | 69 |
| D. $x + y = 2$ | ☛ pagina | 23 |
| E. $y = 1$ | ☛ pagina | 74 |

La risposta A al quesito 21 è sbagliata

Si tratta di calcolare il numero di sottoinsiemi di 4 atleti che possono essere formati dall'insieme dei 6 rematori. Pertanto la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 21 nella pagina 35

La risposta B al quesito 36 è sbagliata

L'equazione di una circonferenza di centro $(0, -4)$ e raggio $r = \sqrt{\gamma + 2}$ è:

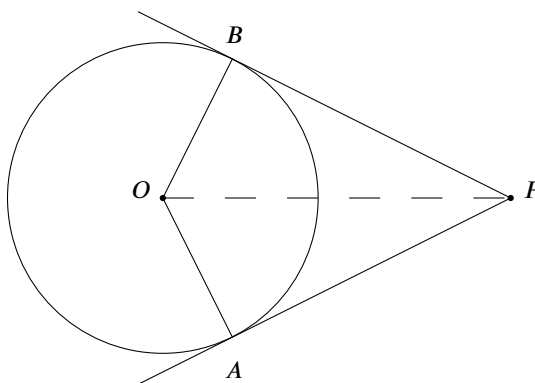
$$x^2 + (y + 4)^2 = r^2 \iff x^2 + y^2 + 8y + 16 = \gamma + 2.$$

L'equazione precedente non coincide con quella assegnata. Pertanto la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 36 nella pagina 61

La risposta D al quesito 48 è sbagliata

Facendo riferimento alla figura, il poligono $PAOB$ è l'unione dei due triangoli rettangoli POA e POB .



Quindi:

$$\text{area}(PAOB) = 2 \cdot \text{area}(POA) = 2 \cdot \frac{\overline{OA} \cdot \overline{AP}}{2} = \overline{OA} \cdot \overline{AP}.$$

Se $\overline{PO} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ cm, facendo uso del teorema di Pitagora, si può calcolare $\overline{AP}$ e dedurre che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 48 nella pagina 73

La risposta E al quesito 58 è sbagliata

Due circonferenze con centri distinti sono reciprocamente tangenti se e solo se la retta passante per i centri contiene il punto di tangenza tra le circonferenze. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 58 nella pagina 86

La risposta A al quesito 30 è sbagliata

Le soluzioni dell'equazione considerata devono essere numeri $x \neq 0$ che soddisfano l'equazione di secondo grado

$$x^2 - kx + 1 = 0.$$

Il discriminante dell'equazione precedente è $\Delta = k^2 - 4$ e, se $k = 1$, vale $\Delta = -3 < 0$. Quindi l'equazione non ammette soluzioni. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 30 nella pagina 53

La risposta E al quesito 29 è sbagliata

Il rettangolo che ha due lati coincidenti con due lati paralleli dell'esagono ha base pari a L e altezza pari al doppio dell'apotema. Se si calcola la lunghezza dell'apotema, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 29 nella pagina 52

La risposta C al quesito 28 è giusta

Il volume della parte esterna alla sfera minore è metà del volume della sfera maggiore se e solo se il volume della sfera minore V_m è metà del volume della sfera maggiore V_M . Quindi si deve richiedere

$$V_M = 2V_m \iff \frac{4}{3}\pi = 2\frac{4}{3}\pi r^3 \iff r = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}.$$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 17 nella pagina 31

La risposta D al quesito 9 è giusta

L'asse di un segmento è la retta perpendicolare ad esso e passante per il suo punto medio. Il coefficiente angolare della retta passante per i punti $(0,0)$ e $(2,2)$ è

$$m = \frac{2-0}{2-0} = 1.$$

Il coefficiente angolare della retta $x + y = 2$, scritta nella forma $y = -x + 2$, è il coefficiente della x e vale $m' = -1$. Ricordando la condizione di perpendicolarità tra rette ($m \cdot m' = -1$) si ha che la retta $y = -x + 2$ è perpendicolare al segmento considerato. Inoltre, il punto medio del segmento è $P = \left(\frac{2+0}{2}, \frac{2+0}{2}\right) = (1,1)$ e la retta $y = -x + 2$ passa per tale punto. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 25 nella pagina 46

La risposta C al quesito 53 è sbagliata

Facendo uso delle proprietà del logaritmo, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 53 nella pagina 78

La risposta C al quesito 60 è sbagliata

La distanza di un punto da una retta è sempre non negativa.

➡ al quesito 60 nella pagina 86

La risposta A al quesito 2 è sbagliata

Se si fa uso delle proprietà delle potenze, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 2 nella pagina 12

La risposta E al quesito 10 è sbagliata

Per confrontare due numeri se ne può fare il rapporto e verificare se è uguale a 1. Usando le proprietà delle potenze si ha:

$$\frac{\left(\frac{81}{\sqrt{64}}\right)^{1/4}}{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2^{3/4}} \cdot \frac{2}{3} = 2^{1-(3/4)} = 2^{1/4} \neq 1.$$

Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 10 nella pagina 24

La risposta A al quesito 41 è sbagliata

Il numero 12 è pari e non è primo, quindi non appartiene ad A. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 41 nella pagina 66

Quesito 10

Il numero $\left(\frac{81}{\sqrt{64}}\right)^{1/4}$ è uguale a

- | | | |
|--------------------------|----------|----|
| A. $\frac{3}{\sqrt{2}}$ | ☛ pagina | 55 |
| B. $\frac{3}{2\sqrt{2}}$ | ☛ pagina | 73 |
| C. $\frac{24}{8^{5/4}}$ | ☛ pagina | 48 |
| D. $\frac{24}{64}$ | ☛ pagina | 51 |
| E. $\frac{3}{2}$ | ☛ pagina | 23 |

La risposta E al quesito 4 è sbagliata

Ad esempio, se $x = -2 < -\sqrt[4]{5}$, la disequazione non è verificata. Pertanto la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 4 nella pagina 14

La risposta B al quesito 30 è sbagliata

Le soluzioni dell'equazione considerata devono essere numeri $x \neq 0$ che soddisfano l'equazione di secondo grado

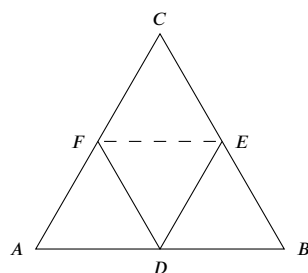
$$x^2 - kx + 1 = 0.$$

Il discriminante dell'equazione precedente è $\Delta = k^2 - 4$ e, se $k = 3$, vale $\Delta = 5 > 0$. Quindi l'equazione ammette le due soluzioni distinte $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$. Pertanto la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 30 nella pagina 53

La risposta A al quesito 16 è giusta

È immediato osservare (vedi figura) che i segmenti DE , DF e EF dividono il triangolo ABC in quattro triangoli congruenti.



Quesito 11

In un piano cartesiano, quale dei seguenti punti è interno al triangolo racchiuso tra le tre rette $r_1 : y = 0$, $r_2 : y = 2x$, $r_3 : y = -x + 7$?

- | | | |
|------------------|----------|----|
| A. $P = (3, 5)$ | ➡ pagina | 9 |
| B. $P = (4, 4)$ | ➡ pagina | 63 |
| C. $P = (1, -3)$ | ➡ pagina | 43 |
| D. $P = (3, 3)$ | ➡ pagina | 41 |
| E. $P = (-3, 2)$ | ➡ pagina | 16 |

Quindi il rombo $DECF$, essendo l'unione di due di questi triangoli, ha un'area A_R pari alla metà dell'area A_T del triangolo ABC . Osservato che l'altezza di un triangolo equilatero si ottiene moltiplicando il lato per $\sqrt{3}/2$, si ha:

$$\begin{aligned} A_R &= \frac{A_T}{2} = \frac{1}{2} \frac{\overline{AB} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \overline{AB}}{2} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2^2}{4} \text{ cm}^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 52 nella pagina 77

La risposta B al quesito 28 è sbagliata

Il volume della parte esterna alla sfera minore è metà del volume della sfera maggiore se e solo se il volume della sfera minore V_m è metà del volume della sfera maggiore V_M . Calcolando i volumi delle due sfere, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 28 nella pagina 49

La risposta A al quesito 32 è sbagliata

La quantità di pittura per tinteggiare i solidi considerati è proporzionale alla area della superficie totale. L'area della superficie totale di un cono di altezza 1 metro e base di raggio 1 metro vale:

$$S_{\text{cono}} = \left(\frac{1}{2} 2\pi\sqrt{2} + \pi \right) \text{ m}^2 = (\sqrt{2} + 1)\pi \text{ m}^2.$$

Confrontandola, ad esempio, con quella del cubo, S_{cubo} , vale:

$$S_{\text{cono}} > S_{\text{cubo}}.$$

Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 32 nella pagina 57

Quesito 12

Per $0 \leq x \leq \pi$ l'equazione $\sin(x) = 2 - k$ ha almeno una soluzione se e solo se

- | | | |
|-----------------------|----------|----|
| A. $k \geq 1$ | ➡ pagina | 60 |
| B. $1 \leq k \leq 2$ | ➡ pagina | 14 |
| C. $k \leq 2$ | ➡ pagina | 15 |
| D. $-1 \leq k \leq 1$ | ➡ pagina | 37 |
| E. $1 \leq k \leq 3$ | ➡ pagina | 75 |

La risposta C al quesito 1 è sbagliata

Il lato del triangolo è una corda della circonferenza che sottende un angolo al centro pari a $\alpha = \frac{2\pi}{3}$. Se si fa uso del teorema della corda, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 1 nella pagina 11

La risposta B al quesito 20 è sbagliata

Ad esempio, $x = 1$ soddisfa l'equazione. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 20 nella pagina 34

La risposta A al quesito 22 è sbagliata

Osservando che fra 18 anni le età dei due figli di Luigi saranno 33 e 29 anni, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 22 nella pagina 43

La risposta B al quesito 25 è sbagliata

I numeri $a = 0$ e $b = 0$ soddisfano $a^2 + b^2 = 0$, ma non vale $ab < -1$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 25 nella pagina 46

La risposta E al quesito 26 è sbagliata

Ogni numero naturale maggiore di 1 può essere scomposto in fattori primi. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 26 nella pagina 47

Quesito 13

La somma degli angoli interni di un esagono non regolare

- | | | |
|---|----------|----|
| A. è uguale a cinque angoli piatti | ➡ pagina | 46 |
| B. non è calcolabile senza ulteriori dati | ➡ pagina | 58 |
| C. è uguale a 4π radianti | ➡ pagina | 66 |
| D. è uguale a 360 gradi | ➡ pagina | 52 |
| E. è uguale a sei angoli retti | ➡ pagina | 18 |

La risposta C al quesito 8 è sbagliata

Le ruote utilizzate percorrono complessivamente $2 \times 600 \text{ km} = 1200 \text{ km}$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 8 nella pagina 19

La risposta B al quesito 5 è giusta

L'area del triangolo A è pari a $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$, quindi è proporzionale a a^2 . Poiché il triangolo B ha lato doppio, ne segue che la sua area è esattamente il quadruplo di quella di A . Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 3 nella pagina 13

La risposta C al quesito 6 è sbagliata

I numeri considerati sono tutti positivi, quindi per confrontarli basta confrontarne il quadrato. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 6 nella pagina 17

La risposta B al quesito 51 è sbagliata

Vale $(1,98)^2 < 2^2 = 4 < 5$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 51 nella pagina 76

La risposta C al quesito 14 è sbagliata

Se si osserva che una diagonale forma, con due lati consecutivi del parallelogramma, un triangolo, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 14 nella pagina 28

Quesito 14

In un parallelogramma di perimetro $2p$ si ha che :

- | | |
|---|-------------|
| A. almeno una diagonale ha lunghezza pari a p | ➡ pagina 20 |
| B. ogni diagonale ha lunghezza minore di p | ➡ pagina 40 |
| C. ogni diagonale ha lunghezza maggiore di p | ➡ pagina 27 |
| D. la somma delle lunghezze delle diagonali è minore di p | ➡ pagina 47 |
| E. una diagonale ha lunghezza maggiore di p , l'altra minore di p | ➡ pagina 73 |

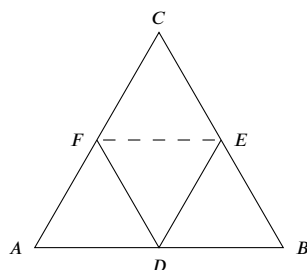
La risposta E al quesito 8 è sbagliata

Le ruote utilizzate percorrono complessivamente $2 \times 600 \text{ km} = 1200 \text{ km}$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 8 nella pagina 19

La risposta C al quesito 16 è sbagliata

È immediato osservare (vedi figura) che i segmenti DE , DF e EF dividono il triangolo ABC in quattro triangoli congruenti.



Quindi il rombo $DECF$, essendo l'unione di due di questi triangoli, ha area metà rispetto al triangolo ABC . Calcolando l'area del triangolo ABC , si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 16 nella pagina 30

La risposta A al quesito 28 è sbagliata

Il volume della parte esterna alla sfera minore è metà del volume della sfera maggiore se e solo se il volume della sfera minore V_m è metà del volume della sfera maggiore V_M . Calcolando i volumi delle due sfere, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 28 nella pagina 49

Quesito 15

Nel piano cartesiano l'asse del segmento di estremi $A(0,0)$, $B(1,1)$ ha equazione

- | | | |
|--------------------------|----------|----|
| A. $y = \frac{1}{2} - x$ | ☛ pagina | 83 |
| B. $y = 2 - x$ | ☛ pagina | 57 |
| C. $y = 1 - \frac{x}{2}$ | ☛ pagina | 31 |
| D. $y = 1 - x$ | ☛ pagina | 38 |
| E. $y = \frac{1-x}{2}$ | ☛ pagina | 64 |

La risposta C al quesito 46 è sbagliata

Osserviamo che la diagonale di Q vale $d = \sqrt{2}\ell$. Il cerchio C_1 ha raggio $r_1 = \frac{d}{2}$, mentre il cerchio C_2 ha raggio $r_2 = \frac{\ell}{2}$. Calcolando l'area della superficie dei due cerchi, si deduce che la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 46 nella pagina 71

La risposta B al quesito 47 è sbagliata

Poiché il triangolo T è rettangolo, si può affermare che i due lati uguali formano un angolo retto. Ricordando che la somma degli angoli interni di un triangolo è pari ad un angolo piatto, si deduce che la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 47 nella pagina 72

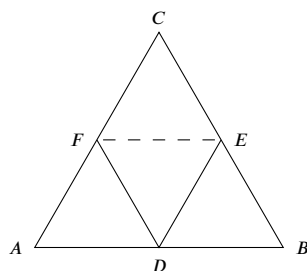
La risposta A al quesito 42 è sbagliata

Per $x = -1$ la funzione $\sqrt{x^2} - x$ vale $\sqrt{(-1)^2} - (-1) = 1 + 1 = 2$. Pertanto la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 42 nella pagina 67

La risposta E al quesito 16 è sbagliata

È immediato osservare (vedi figura) che i segmenti DE , DF e EF dividono il triangolo ABC in quattro triangoli congruenti.



Quesito 16

Dato il triangolo equilatero ABC il cui lato misura 2 cm, siano D, E, F i punti medi rispettivamente dei lati AB, BC, AC . L'area del rombo $DECF$ è

- | | |
|--------------------------------------|-------------|
| A. $\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$ | ➡ pagina 24 |
| B. 2 cm^2 | ➡ pagina 49 |
| C. $\sqrt{3} \text{ cm}^2$ | ➡ pagina 28 |
| D. $\sqrt{2} \text{ cm}^2$ | ➡ pagina 39 |
| E. $\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ cm}^2$ | ➡ pagina 29 |

Quindi il rombo $DECF$, essendo l'unione di due di questi triangoli, ha area metà rispetto al triangolo ABC . Calcolando l'area del triangolo ABC , si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 16 nella pagina 30

La risposta B al quesito 19 è sbagliata

Se si fa uso del teorema del resto, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 19 nella pagina 33

La risposta A al quesito 54 è sbagliata

Se si ricorda che, per ogni $x \in \mathbb{R}$, si ha $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ e $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 54 nella pagina 79

La risposta B al quesito 60 è sbagliata

Se si fa uso della definizione di distanza di un punto P da una retta r , si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 60 nella pagina 86

La risposta D al quesito 50 è sbagliata

Vale:

$$(\sqrt{3} \sin^2 x + \sqrt{3} \cos^2 x - 2 \sin x)|_{x=0} = \sqrt{3} \neq 0.$$

Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 50 nella pagina 75

Quesito 17

Quale delle seguenti affermazioni vale per ogni coppia di polinomi $p(x)$ e $q(x)$ di grado 3 a coefficienti reali, con $p(x) \neq -q(x)$?

- | | |
|---|-------------|
| A. $p(x) + q(x)$ ha grado 6 e $p(x) \cdot q(x)$ ha grado ≤ 6 | ➡ pagina 64 |
| B. $p(x) + q(x)$ ha grado 3 e $p(x) \cdot q(x)$ ha grado 3 | ➡ pagina 18 |
| C. $p(x) + q(x)$ ha grado 6 e $p(x) \cdot q(x)$ ha grado ≤ 9 | ➡ pagina 43 |
| D. $p(x) + q(x)$ ha grado 3 e $p(x) \cdot q(x)$ ha grado ≤ 6 | ➡ pagina 14 |
| E. $p(x) + q(x)$ ha grado ≤ 3 e $p(x) \cdot q(x)$ ha grado 6 | ➡ pagina 15 |

La risposta A al quesito 53 è sbagliata

Facendo uso delle proprietà del logaritmo, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 53 nella pagina 78

La risposta C al quesito 15 è sbagliata

La retta passante per i punti A e B ha coefficiente angolare

$$m = \frac{1 - 0}{1 - 0} = 1.$$

Il punto medio del segmento AB è $M = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$. Se si fa uso della definizione di asse di un segmento, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 15 nella pagina 29

La risposta C al quesito 39 è sbagliata

Ad esempio, il punto $(-1, 0)$ è diverso dal punto $(-1, 2)$, ma non è tale che $x \neq -1$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 39 nella pagina 64

La risposta D al quesito 46 è sbagliata

Osserviamo che la diagonale di Q vale $d = \sqrt{2} \ell$. Il cerchio C_1 ha raggio $r_1 = \frac{d}{2}$, mentre il cerchio C_2 ha raggio $r_2 = \frac{\ell}{2}$. Calcolando l'area della superficie dei due cerchi, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 46 nella pagina 71

Quesito 18

Sia a un numero reale maggiore di 1. L'espressione numerica

$$\log_a \sqrt{\frac{a^2 \sqrt{a}}{a^{\frac{5}{2}}}}$$

è uguale a:

- A. -1
- B. a
- C. e
- D. 0
- E. $+1$

- ☛ pagina 81
- ☛ pagina 53
- ☛ pagina 69
- ☛ pagina 42
- ☛ pagina 55

La risposta C al quesito 30 è sbagliata

Le soluzioni dell'equazione considerata devono essere numeri $x \neq 0$ che soddisfano l'equazione di secondo grado

$$x^2 - kx + 1 = 0.$$

Il discriminante dell'equazione precedente è $\Delta = k^2 - 4$ e, se $k = -3$, vale $\Delta = 5 > 0$. Quindi l'equazione ammette le due soluzioni distinte $x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$. Pertanto la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 30 nella pagina 53

La risposta D al quesito 27 è sbagliata

Se si fa uso delle proprietà del logaritmo, si deduce che la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 27 nella pagina 48

La risposta E al quesito 60 è sbagliata

Se si fa uso della definizione di distanza di un punto P da una retta r , si deduce che la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 60 nella pagina 86

La risposta B al quesito 55 è sbagliata

La quantità di asfalto necessaria è proporzionale all'area della piazza. Se si fa uso della formula di calcolo dell'area di un cerchio, si deduce che la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 55 nella pagina 80

Quesito 19

Il resto della divisione del polinomio $x^5 - 3x^4 + 3$ per $x + 1$ è

- A. -1
- B. 1
- C. 3
- D. 0
- E. $x - 1$

- ☛ pagina 84
- ☛ pagina 30
- ☛ pagina 19
- ☛ pagina 74
- ☛ pagina 79

La risposta D al quesito 55 è giusta

La quantità di asfalto necessaria è proporzionale all'area della piazza. Se la piazza ha diametro doppio di quello previsto vuol dire che anche il suo raggio è doppio. Quindi, se r era il raggio previsto e πr^2 l'area prevista, l'area effettiva della piazza è $\pi(2r)^2 = 4\pi r^2$, cioè è il quadruplo di quella prevista. Pertanto la risposta è giusta.

☛ al quesito 8 nella pagina 19

La risposta D al quesito 60 è giusta

La distanza di un punto P da una retta r è la misura del segmento di perpendicolare condotto dal punto P alla retta r . Nel caso in esame la retta r ha equazione $x = 2$ ed è perpendicolare all'asse delle ascisse. Quindi la retta perpendicolare a r e passante per il punto $P = (-4, 2)$ ha equazione $y = 2$. La distanza del punto P dalla retta r è pari alla distanza tra i punti $P = (-4, 2)$ e $Q = (2, 2)$ (intersezione della retta r con la retta di equazione $y = 2$), e vale $\sqrt{(-4 - 2)^2} = 6$.

☛ al quesito 26 nella pagina 47

La risposta C al quesito 36 è sbagliata

L'equazione di una circonferenza di centro l'origine e raggio $r = \sqrt{\gamma}$ è:

$$x^2 + y^2 = r^2 \iff x^2 + y^2 = \gamma.$$

L'equazione precedente non coincide con quella assegnata. Pertanto la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 36 nella pagina 61

La risposta E al quesito 45 è sbagliata

Ad esempio, il valore $x = \frac{3}{2}\pi$ risolve l'equazione, ma non si scrive nella forma $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, per qualche valore intero di k . Pertanto la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 45 nella pagina 70

Quesito 20

L'equazione in campo reale $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$ ha:

- | | | |
|--|----------|----|
| A. due soluzioni positive e nessuna soluzione negativa | ➡ pagina | 50 |
| B. nessuna soluzione | ➡ pagina | 26 |
| C. una soluzione positiva e una soluzione negativa | ➡ pagina | 9 |
| D. due soluzioni negative e nessuna soluzione positiva | ➡ pagina | 82 |
| E. due soluzioni positive e due soluzioni negative | ➡ pagina | 52 |

La risposta C al quesito 34 è sbagliata

Poiché la funzione $x^2 - 3|x| + 2$ è una funzione pari che non si annulla per $x = 0$, basta studiare l'equazione per $x > 0$, cioè:

$$x^2 - 3x + 2 = 0, \quad x > 0.$$

Se si usa la formula risolutiva delle equazioni di secondo grado, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 34 nella pagina 59

La risposta E al quesito 24 è sbagliata

Vale $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$, quindi c'è almeno un valore di x per il quale vale $\cos x + \sin x \geq \sqrt{2}$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 24 nella pagina 45

La risposta B al quesito 35 è giusta

Vale:

$$\begin{aligned} f(x-2) &= (x-2)^2 - (x-2)^3 = (x-2)^2(1-x+2) = \\ &= (x-2)^2(3-x). \end{aligned}$$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 53 nella pagina 78

La risposta B al quesito 7 è sbagliata

Ad esempio, la disuguaglianza $\sqrt[3]{x^3 + 8} < 0$ è soddisfatta per $x = -3$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 7 nella pagina 18

Quesito 21

Il Circolo Canottieri Santerno è formato da sei rematori, tutti ugualmente bravi e affiatati fra loro. Deve mandare una rappresentanza di quattro atleti al campionato regionale. In quanti diversi modi può essere formata una tale rappresentanza?

- | | |
|--------|-------------|
| A. 720 | ➡ pagina 21 |
| B. 5 | ➡ pagina 53 |
| C. 15 | ➡ pagina 74 |
| D. 4 | ➡ pagina 54 |
| E. 6 | ➡ pagina 57 |

La risposta C al quesito 51 è sbagliata

Vale $(3,01)^2 > 3^2 = 9 > 8$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 51 nella pagina 76

La risposta A al quesito 55 è sbagliata

La quantità di asfalto necessaria è proporzionale all'area della piazza. Se si fa uso della formula di calcolo dell'area di un cerchio, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 55 nella pagina 80

La risposta E al quesito 57 è giusta

Per $x = \frac{3\pi}{4}$ vale:

$$(\cos(x) + \sin(x))|_{x=\frac{3\pi}{4}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.$$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 12 nella pagina 26

La risposta B al quesito 54 è sbagliata

Se si ricorda che, per ogni $x \in \mathbb{R}$, si ha $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ e $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 54 nella pagina 79

La risposta E al quesito 28 è sbagliata

Il volume della parte esterna alla sfera minore è metà del volume della sfera maggiore se e solo se il volume della sfera minore V_m è metà del volume della sfera maggiore V_M . Calcolando i volumi delle due sfere, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 28 nella pagina 49

La risposta B al quesito 37 è sbagliata

Se si fa uso delle proprietà delle potenze, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 37 nella pagina 62

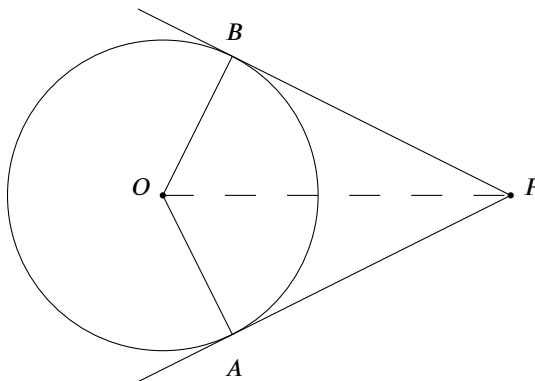
La risposta B al quesito 9 è sbagliata

Se si fa uso della definizione di asse di un segmento, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 9 nella pagina 21

La risposta B al quesito 48 è giusta

Facendo riferimento alla figura, il poligono $PAOB$ è l'unione dei due triangoli rettangoli POA e POB .



Quindi:

$$\text{area}(PAOB) = 2 \cdot \text{area}(POA) = 2 \cdot \frac{\overline{OA} \cdot \overline{AP}}{2} = \overline{OA} \cdot \overline{AP}.$$

Se $\overline{PO} = 2$ cm, facendo uso del teorema di Pitagora, si ha:

$$\overline{AP} = \sqrt{\overline{PO}^2 - \overline{OA}^2} = \sqrt{4 - 1} \text{ cm} = \sqrt{3} \text{ cm}.$$

Ne segue

$$\text{area}(PAOB) = \overline{OA} \cdot \overline{AP} = 1 \cdot \sqrt{3} \text{ cm}^2 = \sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 30 nella pagina 53

La risposta B al quesito 1 è sbagliata

Il lato del triangolo è una corda della circonferenza che sottende un angolo al centro pari a $\alpha = \frac{2\pi}{3}$. Se si fa uso del teorema della corda, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 1 nella pagina 11

La risposta E al quesito 46 è sbagliata

Osserviamo che la diagonale di Q vale $d = \sqrt{2}\ell$. Il cerchio C_1 ha raggio $r_1 = \frac{d}{2}$, mentre il cerchio C_2 ha raggio $r_2 = \frac{\ell}{2}$. Calcolando l'area della superficie dei due cerchi, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 46 nella pagina 71

La risposta A al quesito 40 è sbagliata

L'equazione di una circonferenza di centro C di coordinate $(1,1)$ e raggio $r > 0$ è:

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = r^2$$

L'equazione $x^2 + y^2 + 2x + 2y = 2$ si può scrivere come $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 40 nella pagina 65

La risposta A al quesito 51 è giusta

Evidentemente $2,52$ è un numero razionale e, se si calcola $(2,52)^2 = 6,3504$, oppure si osserva che $6,25 = (2,5)^2 < (2,52)^2 < (2,6)^2 = 6,76$, si ha $5 < (2,52)^2 = 6,3504 < 8$. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 54 nella pagina 79

La risposta D al quesito 12 è sbagliata

Ad esempio, se $k = 0$, l'equazione diventa $\sin(x) = 2$, ma, per $0 \leq x \leq \pi$, la funzione $\sin(x)$ assume tutti e soli i valori compresi tra 0 e 1. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 12 nella pagina 26

La risposta C al quesito 58 è sbagliata

Due circonferenze con centri distinti sono reciprocamente tangenti se e solo se la retta passante per i centri contiene il punto di tangenza tra le circonferenze. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 58 nella pagina 86

La risposta D al quesito 15 è giusta

La retta passante per i punti A e B ha coefficiente angolare

$$m = \frac{1-0}{1-0} = 1.$$

Il punto medio del segmento AB è $M = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$. L'asse di AB è perpendicolare ad AB e quindi ha coefficiente angolare $m' = -\frac{1}{m} = -1$. Inoltre esso passa per M e la sua equazione è

$$y - \frac{1}{2} = m' \left(x - \frac{1}{2}\right) \iff y = -x + 1.$$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 10 nella pagina 24

La risposta B al quesito 6 è giusta

I numeri considerati sono tutti positivi, quindi per confrontarli basta confrontarne il quadrato. Vale:

$$7^2 = 49, \quad \sqrt{47}^2 = 47, \quad (\sqrt{3} + \sqrt{27})^2 = (\sqrt{3} + 3\sqrt{3})^2 = 48.$$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 58 nella pagina 86

La risposta D al quesito 36 è sbagliata

L'equazione di una circonferenza di centro $(-4,0)$ e raggio $r = \sqrt{\gamma+2}$ è:

$$(x+4)^2 + y^2 = r^2 \iff x^2 + y^2 + 8x + 16 = \gamma + 2.$$

L'equazione precedente non coincide con quella assegnata. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 36 nella pagina 61

La risposta A al quesito 46 è sbagliata

Osserviamo che la diagonale di Q vale $d = \sqrt{2}\ell$. Il cerchio C_1 ha raggio $r_1 = \frac{d}{2}$, mentre il cerchio C_2 ha raggio $r_2 = \frac{\ell}{2}$. Calcolando l'area della superficie dei due cerchi, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 46 nella pagina 71

La risposta E al quesito 55 è sbagliata

La quantità di asfalto necessaria è proporzionale all'area della piazza. Se si fa uso della formula di calcolo dell'area di un cerchio, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 55 nella pagina 80

La risposta D al quesito 51 è sbagliata

Il numero $(\sqrt{5} \cdot \sqrt{8})/2$ non è razionale dal momento che $(\sqrt{5} \cdot \sqrt{8})/2 = \sqrt{10}$ e non c'è nessun numero razionale il cui quadrato sia 10. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 51 nella pagina 76

La risposta A al quesito 27 è sbagliata

Se si fa uso delle proprietà del logaritmo, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 27 nella pagina 48

La risposta D al quesito 7 è sbagliata

Ad esempio, la disequaglianza $\sqrt[3]{x^3 + 8} < 0$ non è soddisfatta per $x = -1 < 0$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 7 nella pagina 18

La risposta C al quesito 52 è sbagliata

Gli studenti che hanno superato l'esame al primo appello rappresentano una frazione di $\frac{30}{100}$ del totale, quindi gli studenti che restano dopo il primo appello sono i $\frac{70}{100}$ del totale. Gli studenti che hanno superato l'esame al secondo appello sono una frazione del totale pari a $\frac{10}{100} \times \frac{70}{100} = \frac{7}{100}$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 52 nella pagina 77

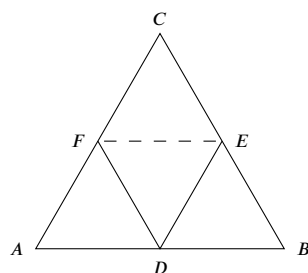
La risposta B al quesito 29 è giusta

Il rettangolo che ha due lati coincidenti con due lati paralleli dell'esagono ha base pari a L e altezza pari al doppio dell'apotema. Per l'esagono regolare di lato L l'apotema vale $a = \frac{\sqrt{3}}{2}L$ e quindi l'area del rettangolo vale $A = L \cdot (2a) = \sqrt{3}L^2$. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 42 nella pagina 67

La risposta D al quesito 16 è sbagliata

È immediato osservare (vedi figura) che i segmenti DE , DF e EF dividono il triangolo ABC in quattro triangoli congruenti.



Quindi il rombo $DECF$, essendo l'unione di due di questi triangoli, ha area metà rispetto al triangolo ABC . Calcolando l'area del triangolo ABC , si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 16 nella pagina 30

La risposta B al quesito 14 è giusta

In un parallelogramma i lati opposti sono uguali e quindi la somma delle lunghezze di due lati consecutivi è uguale alla metà del perimetro, cioè a p . Osservato che una diagonale forma, con due lati consecutivi del parallelogramma, un triangolo, si ha che la sua lunghezza è più piccola di p . Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 29 nella pagina 52

La risposta C al quesito 45 è sbagliata

Ad esempio, $x = 0$ non è soluzione dell'equazione quindi $x = \frac{k\pi}{2}$, per $k = 0$, non è soluzione. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 45 nella pagina 70

La risposta A al quesito 25 è sbagliata

I numeri $a = 0$ e $b = 0$ soddisfano $a^2 + b^2 = 0$, ma non vale $a > b$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 25 nella pagina 46

La risposta C al quesito 47 è sbagliata

Poiché il triangolo T è rettangolo, si può affermare che i due lati uguali formano un angolo retto. Ricordando che la somma degli angoli interni di un triangolo è pari ad un angolo piatto, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 47 nella pagina 72

La risposta B al quesito 23 è sbagliata

Il coefficiente angolare della retta passante per i punti di coordinate $(1, 0)$ e $(0, 1)$ è pari a

$$m = \frac{1 - 0}{0 - 1} = -1.$$

La retta $x = y - 1$ può essere scritta nella forma $y = x + 1$ e quindi il suo coefficiente angolare è $m' = 1 \neq m$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 23 nella pagina 44

La risposta E al quesito 5 è sbagliata

L'area del triangolo A è pari a $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$. Poiché il triangolo B ha lato doppio, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 5 nella pagina 16

La risposta D al quesito 25 è giusta

Essendo $a^2 \geq 0$ e $b^2 \geq 0$, la condizione $a^2 + b^2 = 0$ implica $a^2 = 0$ e $b^2 = 0$, da cui segue immediatamente $a = 0$ e $b = 0$. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 24 nella pagina 45

La risposta D al quesito 57 è sbagliata

Per $x = \frac{\pi}{2}$ vale:

$$(\cos(x) + \sin(x))|_{x=\frac{\pi}{2}} = 0 + 1 \neq 0.$$

Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 57 nella pagina 85

La risposta D al quesito 53 è sbagliata

Facendo uso delle proprietà del logaritmo, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 53 nella pagina 78

La risposta C al quesito 26 è sbagliata

Il numero 30 non è primo. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 26 nella pagina 47

La risposta E al quesito 34 è sbagliata

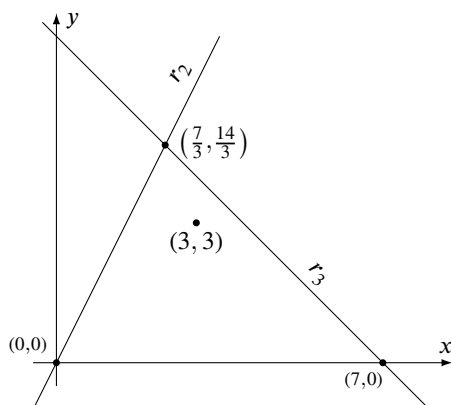
Ad esempio, $x = 1$ soddisfa l'equazione. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 34 nella pagina 59

La risposta D al quesito 11 è giusta

L'intersezione di r_1 con r_2 è il punto $(0,0)$, quella di r_1 con r_3 è il punto $(7,0)$, quella di r_2 con r_3 è il punto $(\frac{7}{3}, \frac{14}{3})$. Quindi il triangolo si trova nel primo quadrante (vedi figura) ed ha per base il segmento dell'asse x delimitato dai punti $(0,0)$ e $(7,0)$. I suoi punti interni soddisfano le condizioni:

$$0 < x < 7, \quad 0 < y < 2x, \quad 0 < y < -x + 7.$$



Il punto $(3, 3)$ soddisfa tutte e tre le condizioni. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 32 nella pagina 57

La risposta A al quesito 38 è sbagliata

Detto L lo spigolo del cubo, il raggio della sfera inscritta è $r = \frac{L}{2}$. Se si fa uso delle formule per il calcolo dei volumi dei due solidi, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 38 nella pagina 63

La risposta D al quesito 18 è giusta

Vale:

$$\frac{a^2 \sqrt{a}}{a^{\frac{5}{2}}} = \frac{a^2 \cdot a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{5}{2}}} = \frac{a^{2+\frac{1}{2}}}{a^{\frac{5}{2}}} = \frac{a^{\frac{5}{2}}}{a^{\frac{5}{2}}} = 1.$$

Quindi:

$$\log_a \sqrt{\frac{a^2 \sqrt{a}}{a^{\frac{5}{2}}}} = \log_a \sqrt{1} = \log_a 1 = 0.$$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 55 nella pagina 80

La risposta B al quesito 22 è sbagliata

Osservando che fra 18 anni le età dei due figli di Luigi saranno 33 e 29 anni, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 22 nella pagina 43

La risposta C al quesito 43 è sbagliata

Se si fa uso delle proprietà delle potenze con la stessa base, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 43 nella pagina 68

Quesito 22

Luigi ha due figli di 15 e 11 anni. Fra 18 anni la sua l'età sarà uguale alla somma delle età che avranno i figli. Quanti anni ha oggi Luigi?

- | | | |
|--------------------|----------|----|
| A. 30 | ➡ pagina | 26 |
| B. non si può dire | ➡ pagina | 42 |
| C. 52 | ➡ pagina | 51 |
| D. 26 | ➡ pagina | 50 |
| E. 44 | ➡ pagina | 67 |

La risposta C al quesito 17 è sbagliata

Il grado di un polinomio nella variabile x è il grado massimo dei monomi che lo compongono (evidentemente il coefficiente del monomio di grado massimo non è nullo). La somma di polinomi di grado 3 è un polinomio che contiene monomi che sono al più di terzo grado. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 17 nella pagina 31

La risposta E al quesito 32 è sbagliata

La quantità di pittura per tinteggiare i solidi considerati è proporzionale alla area della superficie totale. L'area della superficie totale di un cilindro di raggio 1 metro e di altezza 1 metro vale:

$$S_{\text{cilindro}} = (2\pi + 2\pi) \text{ m}^2 = 4\pi \text{ m}^2.$$

Confrontandola, ad esempio, con quella del cubo, S_{cubo} , vale:

$$S_{\text{cilindro}} > S_{\text{cubo}}.$$

Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 32 nella pagina 57

La risposta C al quesito 11 è sbagliata

L'intersezione di r_1 con r_2 è il punto $(0,0)$, quella di r_1 con r_3 è il punto $(7,0)$, quella di r_2 con r_3 è il punto $(\frac{7}{3}, \frac{14}{3})$. Quindi il triangolo assegnato si trova nel primo quadrante ed ha un lato sull'asse x . Il punto $(1, -3)$ non appartiene al primo quadrante. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 11 nella pagina 25

Quesito 23

In un piano cartesiano, quale delle seguenti rette è parallela alla retta passante per i punti di coordinate $(1, 0)$ e $(0, 1)$?

- | | | |
|------------------|----------|----|
| A. $2x + 3y = 0$ | ➡ pagina | 85 |
| B. $x = y - 1$ | ➡ pagina | 40 |
| C. $x = 2$ | ➡ pagina | 85 |
| D. $x + y = 3$ | ➡ pagina | 59 |
| E. $y = 1$ | ➡ pagina | 76 |

La risposta B al quesito 34 è sbagliata

La funzione $x^2 - 3|x| + 2$ è una funzione pari che non si annulla per $x = 0$. Ne segue che, se l'equazione ammette una soluzione, ne ammette anche un'altra (il suo opposto). Quindi le soluzioni sono in numero pari. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 34 nella pagina 59

La risposta C al quesito 57 è sbagliata

Per $x = \pi$ vale:

$$(\cos(x) + \sin(x))|_{x=\pi} = -1 + 0 \neq 0.$$

Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 57 nella pagina 85

La risposta C al quesito 31 è sbagliata

Il solido ottenuto è una sfera di raggio 1 cm alla quale è stata tolta una sfera di raggio $\frac{1}{2}$ cm. Calcolando il volume di tali sfere, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 31 nella pagina 56

La risposta E al quesito 3 è sbagliata

Vale $\frac{\pi}{2} < 2 < \pi$, quindi $\cos 2 < 0$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 3 nella pagina 13

La risposta D al quesito 6 è sbagliata

I numeri considerati sono tutti positivi, quindi per confrontarli basta confrontarne il quadrato. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 6 nella pagina 17

Quesito 24

La disequazione $\cos x + \sin x \geq \sqrt{2}$ è verificata nell'intervallo $0 \leq x \leq 2\pi$ per:

- | | | |
|---|----------|----|
| A. ogni x | ➡ pagina | 71 |
| B. $x = -\frac{\pi}{4}$ | ➡ pagina | 60 |
| C. almeno un valore di x tale che $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ | ➡ pagina | 15 |
| D. $x = \frac{\pi}{4}$ | ➡ pagina | 68 |
| E. nessun x | ➡ pagina | 34 |

La risposta A al quesito 56 è giusta

L'equazione di una circonferenza di centro (x_0, y_0) e raggio r è

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2.$$

L'equazione $\sqrt{3}x^2 + \sqrt{3}y^2 - 2x - 2y = 0$ è equivalente all'equazione $x^2 + y^2 - \frac{2}{\sqrt{3}}x - \frac{2}{\sqrt{3}}y = 0$,

ovvero $\left(x - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \frac{2}{3} = 0$. Ne segue $r^2 = \frac{2}{3}$, cioè $r = \sqrt{\frac{2}{3}}$. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 14 nella pagina 28

La risposta C al quesito 40 è giusta

L'equazione di una circonferenza di centro C di coordinate (1,1) e raggio $r > 0$ è:

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = r^2$$

L'equazione $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ si può scrivere come $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$. Quindi essa rappresenta la circonferenza di centro C e raggio 1 e tale circonferenza è evidentemente tangente all'asse delle x . Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 27 nella pagina 48

La risposta D al quesito 42 è sbagliata

È facile verificare che, per esempio, anche $x = 0$ soddisfa l'equazione proposta. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 42 nella pagina 67

Quesito 25

Se a e b sono numeri reali tali che $a^2 + b^2 = 0$ allora si può concludere che certamente è:

- | | | |
|----------------|----------|----|
| A. $a > b$ | ☛ pagina | 40 |
| B. $ab < -1$ | ☛ pagina | 26 |
| C. $a + b = 1$ | ☛ pagina | 19 |
| D. $a + b = 0$ | ☛ pagina | 41 |
| E. $ab > 0$ | ☛ pagina | 83 |

La risposta A al quesito 13 è sbagliata

La somma degli angoli interni di un poligono, regolare o non regolare, avente n lati è pari a $(n-2)$ angoli piatti. Pertanto la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 13 nella pagina 27

La risposta D al quesito 49 è sbagliata

Ad esempio, se $x = -2 < -1$, vale:

$$\frac{x+3}{x+1} \Big|_{x=-2} = \frac{-2+3}{-2+1} = \frac{1}{-1} < 2.$$

Pertanto la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 49 nella pagina 74

La risposta E al quesito 54 è sbagliata

Se si ricorda che, per ogni $x \in \mathbb{R}$, si ha $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ e $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$, si deduce che la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 54 nella pagina 79

Quesito 26

La scomposizione in fattori primi del numero 30^{13} è:

- | | |
|-------------------------|-------------|
| A. $2^{15}3^{12}7^{13}$ | ☛ pagina 12 |
| B. $2^{13}3^{13}5^{13}$ | ☛ pagina 49 |
| C. 30^{13} | ☛ pagina 41 |
| D. $6^{13}5^{13}$ | ☛ pagina 66 |
| E. impossibile | ☛ pagina 26 |

La risposta D al quesito 1 è giusta

Siano, rispettivamente, L e r lunghezza e raggio della circonferenza, e siano, rispettivamente, P e ℓ perimetro e lato del triangolo. Poiché il lato del triangolo è una corda della circonferenza che sottende un angolo al centro pari a $\alpha = \frac{2\pi}{3}$, per il teorema della corda vale:

$$\ell = 2r \sin \frac{\alpha}{2} = 2r \sin \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}r.$$

Segue:

$$\frac{L}{P} = \frac{2\pi r}{3\ell} = \frac{2\pi r}{3\sqrt{3}r} = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}\pi}{9}.$$

Pertanto la risposta è giusta.

☛ al quesito 20 nella pagina 34

La risposta D al quesito 14 è sbagliata

Osservato che un lato del parallelogramma forma con la metà di ogni diagonale un triangolo, si ha che ogni lato misura meno della semisomma delle lunghezze delle diagonali. Quindi il perimetro è più piccolo del doppio della somma delle lunghezze delle diagonali. In altri termini, la somma delle lunghezze delle diagonali è maggiore di p . Pertanto la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 14 nella pagina 28

La risposta A al quesito 60 è sbagliata

La distanza di un punto da una retta è sempre non negativa.

☛ al quesito 60 nella pagina 86

Quesito 27

Dato un qualunque numero reale positivo x , allora $\log(x^3) - \log(x^2)$ è uguale a

- | | | |
|--------------------------|----------|----|
| A. $\log(x^5)$ | ☛ pagina | 39 |
| B. $\log(x^3)/\log(x^2)$ | ☛ pagina | 63 |
| C. $\log(x)$ | ☛ pagina | 48 |
| D. 0 | ☛ pagina | 32 |
| E. $\log(x^3 - x^2)$ | ☛ pagina | 16 |

La risposta C al quesito 27 è giusta

Facendo uso delle proprietà del logaritmo si ha:

$$\log(x^3) - \log(x^2) = 3 \log(x) - 2 \log(x) = \log(x)$$

Pertanto la risposta è giusta.

☛ al quesito 33 nella pagina 58

La risposta C al quesito 10 è giusta

Per confrontare due numeri se ne può fare il rapporto e verificare se è uguale a 1. Usando le proprietà delle potenze si ha:

$$\frac{\left(\frac{81}{\sqrt{64}}\right)^{1/4}}{\frac{24}{8^{5/4}}} = \frac{3}{2^{3/4}} \frac{2^{15/4}}{2^3 \cdot 3} = 2^{(15/4)-(3/4)-3} = 1.$$

Pertanto la risposta è giusta.

☛ al quesito 37 nella pagina 62

La risposta D al quesito 30 è sbagliata

Le soluzioni dell'equazione considerata devono essere numeri $x \neq 0$ che soddisfano l'equazione di secondo grado

$$x^2 - kx + 1 = 0.$$

Il discriminante dell'equazione precedente è $\Delta = k^2 - 4$ e, se $k = -1$, vale $\Delta = -3 > 0$. Quindi l'equazione non ammette soluzioni. Pertanto la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 30 nella pagina 53

Quesito 28

Date due sfere concentriche di raggio 1 e r (con $r < 1$) che valore deve assumere r affinché il volume della parte esterna alla sfera minore sia la metà del volume della sfera maggiore?

- | | |
|--------------------------------|-------------|
| A. $r = \frac{1}{\sqrt{3}}$ | ☛ pagina 28 |
| B. $r = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ | ☛ pagina 25 |
| C. $r = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ | ☛ pagina 22 |
| D. $r = \frac{1}{2}$ | ☛ pagina 62 |
| E. $r = \frac{1}{\sqrt{2}}$ | ☛ pagina 36 |

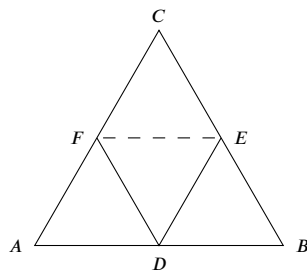
La risposta E al quesito 53 è sbagliata

Facendo uso delle proprietà del logaritmo, si deduce che la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 53 nella pagina 78

La risposta B al quesito 16 è sbagliata

È immediato osservare (vedi figura) che i segmenti DE , DF e EF dividono il triangolo ABC in quattro triangoli congruenti.



Quindi il rombo $DECF$, essendo l'unione di due di questi triangoli, ha area metà rispetto al triangolo ABC . Calcolando l'area del triangolo ABC , si deduce che la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 16 nella pagina 30

La risposta B al quesito 26 è giusta

Poiché la scomposizione in fattori primi del numero 30 è $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$, vale

$$30^{13} = (2 \cdot 3 \cdot 5)^{13} = 2^{13} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}.$$

Pertanto la risposta è giusta.

☛ al quesito 18 nella pagina 32

La risposta B al quesito 4 è sbagliata

La disequazione non è verificata per $x = -5$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 4 nella pagina 14

La risposta A al quesito 20 è sbagliata

Il polinomio considerato è una funzione pari e quindi, se l'equazione ammette una soluzione positiva, ne ammette anche una negativa (il suo opposto). Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 20 nella pagina 34

La risposta C al quesito 29 è sbagliata

Il rettangolo che ha due lati coincidenti con due lati paralleli dell'esagono è contenuto nell'esagono e quindi nel cerchio ad esso circoscritto. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 29 nella pagina 52

La risposta D al quesito 22 è sbagliata

Osservando che fra 18 anni le età dei due figli di Luigi saranno 33 e 29 anni, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 22 nella pagina 43

La risposta B al quesito 49 è sbagliata

Basta osservare che $x = -1 \leq 1$ la disequazione perde significato e quindi tale valore non può essere una soluzione. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 49 nella pagina 74

La risposta D al quesito 38 è sbagliata

Se V_{sfera} e V_{cubo} sono, rispettivamente, il volume della sfera e del cubo, poiché la sfera è contenuta nel cubo vale:

$$\frac{V_{\text{sfera}}}{V_{\text{cubo}}} < 1.$$

D'altra parte $\frac{4\pi}{3} > 1$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 38 nella pagina 63

La risposta D al quesito 10 è sbagliata

Per confrontare due numeri se ne può fare il rapporto e verificare se è uguale a 1. Usando le proprietà delle potenze si ha:

$$\frac{\left(\frac{81}{\sqrt{64}}\right)^{1/4}}{\frac{24}{64}} = \frac{3}{2^{3/4}} \frac{2^6}{2^3 \cdot 3} = 2^{6-(3/4)-3} = 2^{9/4} \neq 1.$$

Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 10 nella pagina 24

La risposta C al quesito 22 è sbagliata

Osservando che fra 18 anni le età dei due figli di Luigi saranno 33 e 29 anni, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 22 nella pagina 43

La risposta D al quesito 59 è sbagliata

Vale:

$$f(10 \cdot x^{-2}) = \log_{10}(10 \cdot x^{-2}).$$

Se si fa uso delle proprietà del logaritmo, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 59 nella pagina 86

La risposta C al quesito 37 è giusta

Usando le proprietà delle potenze si ha:

$$\frac{\left(3^{20} + 3^{20} + 3^{20}\right)^{1/3}}{(3^3)^2} = \frac{\left(3 \cdot 3^{20}\right)^{1/3}}{3^6} = \frac{\left(3^{21}\right)^{1/3}}{3^6} = \frac{3^7}{3^6} = 3.$$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 46 nella pagina 71

La risposta C al quesito 55 è sbagliata

La quantità di asfalto necessaria è proporzionale all'area della piazza. Se si fa uso della formula di calcolo dell'area di un cerchio, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 55 nella pagina 80

Quesito 29

Dato un esagono regolare di lato L , l'area del rettangolo che ha due lati coincidenti con due lati paralleli dell'esagono è uguale a:

- | | | |
|--|----------|----|
| A. $2\sqrt{2}L^2$ | ➡ pagina | 12 |
| B. $\sqrt{3}L^2$ | ➡ pagina | 39 |
| C. quella del cerchio circoscritto all'esagono | ➡ pagina | 50 |
| D. $2L^2$ | ➡ pagina | 15 |
| E. quella del cerchio inscritto nell'esagono | ➡ pagina | 22 |

La risposta E al quesito 20 è sbagliata

Posto $t = x^2$, l'equazione diventa $t^2 + 3t - 4 = 0$. Se si usa la formula risolutiva delle equazioni di secondo grado, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 20 nella pagina 34

La risposta B al quesito 41 è sbagliata

Il numero 98 è pari e non è primo, quindi non appartiene ad A . Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 41 nella pagina 66

La risposta B al quesito 2 è sbagliata

Se si fa uso delle proprietà delle potenze, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 2 nella pagina 12

La risposta D al quesito 13 è sbagliata

La somma degli angoli interni di un poligono, regolare o non regolare, avente n lati è pari a $(n-2)$ angoli piatti. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 13 nella pagina 27

La risposta C al quesito 38 è sbagliata

Se V_{sfera} e V_{cubo} sono, rispettivamente, il volume della sfera e del cubo, poiché la sfera è contenuta nel cubo vale:

$$\frac{V_{\text{sfera}}}{V_{\text{cubo}}} < 1.$$

D'altra parte $\frac{2\pi}{3} > 1$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 38 nella pagina 63

Quesito 30

L'equazione $x + \frac{1}{x} = k$, con x reale non nullo, ammette una ed una sola soluzione se

- | | | |
|-------------|----------|----|
| A. $k = 1$ | ➡ pagina | 22 |
| B. $k = 3$ | ➡ pagina | 24 |
| C. $k = -3$ | ➡ pagina | 32 |
| D. $k = -1$ | ➡ pagina | 48 |
| E. $k = 2$ | ➡ pagina | 72 |

La risposta B al quesito 21 è sbagliata

Si tratta di calcolare il numero di sottoinsiemi di 4 atleti che possono essere formati dall'insieme dei 6 rematori. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 21 nella pagina 35

La risposta B al quesito 18 è sbagliata

Se si fa uso delle proprietà del logaritmo e delle potenze, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 18 nella pagina 32

La risposta D al quesito 56 è sbagliata

Se si ricorda che l'equazione di una circonferenza di centro (x_0, y_0) e raggio r è

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2,$$

si verifica che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 56 nella pagina 81

La risposta E al quesito 2 è giusta

Facendo uso delle proprietà delle potenze si ha:

$$\frac{2^x \cdot 2}{\sqrt{4^{x+1}}} = \frac{2^{x+1}}{2^{x+1}} = 1.$$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 40 nella pagina 65

La risposta D al quesito 35 è sbagliata

Vale la relazione:

$$f(x-2) = (x-2)^2 - (x-2)^3.$$

Eseguendo i calcoli, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 35 nella pagina 60

La risposta D al quesito 21 è sbagliata

Si tratta di calcolare il numero di sottoinsiemi di 4 atleti che possono essere formati dall'insieme dei 6 rematori. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 21 nella pagina 35

La risposta A al quesito 34 è giusta

Poiché la funzione $x^2 - 3|x| + 2$ è una funzione pari che non si annulla per $x = 0$, basta studiare l'equazione per $x > 0$, cioè:

$$x^2 - 3x + 2 = 0, \quad x > 0.$$

Usando la formula risolutiva delle equazioni di secondo grado, le soluzioni dell'equazione precedente sono $x_1 = 1$ e $x_2 = 2$, entrambe positive. Quindi le soluzioni dell'equazione proposta sono i numeri appena trovati e i loro opposti:

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = -1 \quad \text{e} \quad x_4 = -2.$$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 23 nella pagina 44

La risposta B al quesito 45 è sbagliata

Per i valori di x tali che $\sin x \neq 0$ l'equazione assegnata è equivalente a

$$\sin^2 x = 1.$$

È facile riconoscere che una delle altre risposte è giusta. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 45 nella pagina 70

La risposta A al quesito 10 è sbagliata

Per confrontare due numeri se ne può fare il rapporto e verificare se è uguale a 1. Usando le proprietà delle potenze si ha:

$$\frac{\left(\frac{81}{\sqrt{64}}\right)^{1/4}}{\frac{3}{\sqrt{2}}} = \frac{3}{2^{3/4}} \frac{2^{1/2}}{3} = 2^{(1/2)-(3/4)} = 2^{-1/4} \neq 1.$$

Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 10 nella pagina 24

La risposta D al quesito 5 è sbagliata

L'area del triangolo A è pari a $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$. Poiché il triangolo B ha lato doppio, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 5 nella pagina 16

La risposta E al quesito 18 è sbagliata

Se si fa uso delle proprietà del logaritmo e delle potenze, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 18 nella pagina 32

La risposta A al quesito 57 è sbagliata

Per $x = \frac{\pi}{4}$ vale:

$$(\cos(x) + \sin(x))|_{x=\frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \neq 0.$$

Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 57 nella pagina 85

La risposta D al quesito 32 è giusta

La quantità di pittura per tinteggiare i solidi considerati è proporzionale alla area della superficie totale. Riassumiamo in una tabella i valori ottenuti per ciascun solido.

Quesito 31

Dal semicerchio di diametro $AB = 2$ cm e centro O si toglie il semicerchio di diametro AO . La figura così ottenuta si fa ruotare attorno ad AB con un giro di 360° . Il volume del solido ottenuto è

- | | | |
|-----------------------------------|----------|----|
| A. $\frac{25}{3}\pi \text{ cm}^3$ | ➡ pagina | 11 |
| B. $\frac{7}{6}\pi \text{ cm}^3$ | ➡ pagina | 65 |
| C. $\frac{5}{6}\pi \text{ cm}^3$ | ➡ pagina | 44 |
| D. $4\pi \text{ cm}^3$ | ➡ pagina | 18 |
| E. $\frac{28}{3}\pi \text{ cm}^3$ | ➡ pagina | 60 |

Solido	Area della superficie totale
cono di altezza 1 metro e base di raggio 1 metro	$S_{\text{cono}} = \left(\frac{1}{2}2\pi\sqrt{2} + \pi\right) \text{ m}^2$ $= (\sqrt{2} + 1)\pi \text{ m}^2$
sfera di raggio 1 metro	$S_{\text{sfera}} = 4\pi \text{ m}^2$
cubo di lato 1 metro	$S_{\text{cubo}} = 6 \text{ m}^2$
tetraedro di lato 1 metro	$S_{\text{tetraedro}} = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ m}^2 = \sqrt{3} \text{ m}^2$
cilindro di raggio 1 metro e di altezza 1 metro	$S_{\text{cilindro}} = (2\pi + 2\pi) \text{ m}^2 = 4\pi \text{ m}^2$

Osservato che $4\pi > (\sqrt{2} + 1)\pi > 2 \cdot 3 = 6 > \sqrt{3}$, vale:

$$S_{\text{sfera}} = S_{\text{cilindro}} > S_{\text{cono}} > S_{\text{cubo}} > S_{\text{tetraedro}}.$$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 7 nella pagina 18

Quesito 32

A parità di tutte le altre condizioni (materiale, rugosità, stato di pulizia, etc.) serve meno quantità di pittura per tinteggiare:

- A. un cono (circolare retto) di altezza 1 metro e base di raggio 1 metro ➡ pagina 25
- B. una sfera di raggio 1 metro ➡ pagina 65
- C. un cubo di lato 1 metro ➡ pagina 64
- D. una piramide avente tutte le facce che sono triangoli equilateri (tetraedro) di lato 1 metro ➡ pagina 55
- E. un cilindro (circolare retto) di raggio 1 metro e di altezza 1 metro ➡ pagina 43

La risposta A al quesito 50 è giusta

Vale:

$$(\sqrt{3} \sin^2 x + \sqrt{3} \cos^2 x - 2 \sin x)|_{x=\frac{\pi}{3}} = \sqrt{3} \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} - 2 \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.$$

Quindi $x = \frac{\pi}{3}$ è soluzione dell'equazione. Essa è anche unica nell'intervallo $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ perché, facendo uso dell'uguaglianza $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, l'equazione è equivalente a

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 28 nella pagina 49

La risposta B al quesito 15 è sbagliata

La retta passante per i punti A e B ha coefficiente angolare

$$m = \frac{1-0}{1-0} = 1.$$

Il punto medio del segmento AB è $M = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$. Se si fa uso della definizione di asse di un segmento, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 15 nella pagina 29

La risposta E al quesito 21 è sbagliata

Si tratta di calcolare il numero di sottoinsiemi di 4 atleti che possono essere formati dall'insieme dei 6 rematori. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 21 nella pagina 35

Quesito 33

Il polinomio $12a^2 - 18b^2$ è divisibile per

- | | | |
|----------------------------|----------|----|
| A. $\sqrt{6}(a - b)$ | ➡ pagina | 81 |
| B. $\sqrt{2}a - \sqrt{3}b$ | ➡ pagina | 60 |
| C. $12a + 18b$ | ➡ pagina | 83 |
| D. $12a - 18b$ | ➡ pagina | 20 |
| E. $a - b$ | ➡ pagina | 69 |

La risposta B al quesito 13 è sbagliata

La somma degli angoli interni di un poligono, regolare o non regolare, avente n lati è pari a $(n - 2)$ angoli piatti. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 13 nella pagina 27

La risposta A al quesito 4 è sbagliata

Ad esempio, se $x = 0$, la disequazione non è verificata. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 4 nella pagina 14

La risposta C al quesito 2 è sbagliata

Se si fa uso delle proprietà delle potenze, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 2 nella pagina 12

La risposta B al quesito 56 è sbagliata

Se si ricorda che l'equazione di una circonferenza di centro (x_0, y_0) e raggio r è

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2,$$

si verifica che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 56 nella pagina 81

Quesito 34

L'equazione $x^2 - 3|x| + 2 = 0$ ha:

- | | | |
|-----------------------|----------|----|
| A. quattro soluzioni | ➡ pagina | 54 |
| B. tre soluzioni | ➡ pagina | 44 |
| C. due soluzioni | ➡ pagina | 34 |
| D. una sola soluzione | ➡ pagina | 79 |
| E. nessuna soluzione | ➡ pagina | 41 |

La risposta D al quesito 23 è giusta

Il coefficiente angolare della retta passante per i punti di coordinate $(1, 0)$ e $(0, 1)$ è pari a

$$m = \frac{1 - 0}{0 - 1} = -1.$$

La retta $x + y = 3$ può essere scritta nella forma $y = -x + 3$ e quindi il suo coefficiente angolare è $m' = -1 = m$. Poiché i coefficienti angolari sono uguali, segue che le rette considerate sono parallele. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 11 nella pagina 25

La risposta A al quesito 59 è sbagliata

Vale:

$$f(10 \cdot x^{-2}) = \log_{10}(10 \cdot x^{-2}).$$

Se si fa uso delle proprietà del logaritmo, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 59 nella pagina 86

La risposta C al quesito 49 è sbagliata

Ad esempio, se $x = 2 \geq 1$, vale:

$$\frac{x+3}{x+1} \Big|_{x=2} = \frac{2+3}{2+1} = \frac{5}{3} < 2.$$

Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 49 nella pagina 74

Quesito 35

Se $f(x) = x^2 - x^3$, allora $f(x - 2)$ vale

- | | | |
|---------------------------------|----------|----|
| A. $x^2 - x^3 + 2$ | ➡ pagina | 20 |
| B. $(3 - x)(x - 2)^2$ | ➡ pagina | 34 |
| C. nessuna delle altre risposte | ➡ pagina | 80 |
| D. $x^2 - x^3 - 2$ | ➡ pagina | 54 |
| E. $x^2 - 2 - x^3 + 2$ | ➡ pagina | 63 |

La risposta B al quesito 33 è giusta

Ricordiamo che un polinomio è divisibile per un secondo polinomio se esiste un terzo polinomio che moltiplicato per il secondo dia come risultato il polinomio di partenza. Vale:

$$12a^2 - 18b^2 = 6(2a^2 - 3b^2) = 6(\sqrt{2}a + \sqrt{3}b)(\sqrt{2}a - \sqrt{3}b).$$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 45 nella pagina 70

La risposta E al quesito 31 è sbagliata

Il solido ottenuto è una sfera di raggio 1 cm alla quale è stata tolta una sfera di raggio $\frac{1}{2}$ cm. Calcolando il volume di tali sfere, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 31 nella pagina 56

La risposta A al quesito 12 è sbagliata

Ad esempio, se $k = 3$, l'equazione diventa $\sin(x) = -1$, ma, per $0 \leq x \leq \pi$, la funzione $\sin(x)$ assume tutti e soli i valori compresi tra 0 e 1. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 12 nella pagina 26

La risposta B al quesito 24 è sbagliata

Vale $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 24 nella pagina 45

Quesito 36

Nel piano cartesiano l'equazione

$$x^2 + y^2 + 4x = \gamma,$$

con γ numero reale positivo, è:

- A. l'equazione di una circonferenza di centro $(-2,0)$ e raggio $\sqrt{\gamma+4}$ ➡ pagina 61
- B. l'equazione di una circonferenza di centro $(0, -4)$ e raggio $\sqrt{\gamma+2}$ ➡ pagina 21
- C. l'equazione di una circonferenza di centro l'origine e raggio $\sqrt{\gamma}$ ➡ pagina 33
- D. l'equazione di una circonferenza di centro $(-4,0)$ e raggio $\sqrt{\gamma+2}$ ➡ pagina 38
- E. l'equazione di una circonferenza di centro $(0, -2)$ e raggio $\sqrt{\gamma+4}$ ➡ pagina 83

La risposta A al quesito 36 è giusta

L'equazione di una circonferenza di centro $(-2,0)$ e raggio $r = \sqrt{\gamma+4}$ è:

$$(x+2)^2 + y^2 = r^2 \iff x^2 + y^2 + 4x + 4 = \gamma + 4.$$

L'equazione precedente coincide con quella assegnata. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 59 nella pagina 86

La risposta D al quesito 43 è sbagliata

Se si fa uso delle proprietà delle potenze con la stessa base, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 43 nella pagina 68

La risposta D al quesito 4 è sbagliata

Ad esempio, se $x = 0$, la disequazione non è verificata. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 4 nella pagina 14

La risposta A al quesito 39 è sbagliata

Ad esempio, il punto $(0,2)$ è diverso dal punto $(-1,2)$, ma non è tale che $y \neq 2$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 39 nella pagina 64

Quesito 37

La seguente espressione:

$$\frac{(3^{20} + 3^{20} + 3^{20})^{1/3}}{(3^3)^2}$$

vale

- A. 3^2
- B. 1
- C. 3
- D. $\frac{1}{3}$
- E. $\frac{1}{9}$

➡ pagina 72

➡ pagina 36

➡ pagina 51

➡ pagina 81

➡ pagina 66

La risposta B al quesito 38 è giusta

Detto L lo spigolo del cubo, il raggio della sfera inscritta è $r = L/2$. Quindi il volume del cubo è pari a $V_{\text{cubo}} = L^3$, quello della sfera è pari a $V_{\text{sfera}} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{\pi}{6}L^3$. Ne consegue:

$$\frac{V_{\text{sfera}}}{V_{\text{cubo}}} = \frac{\frac{\pi}{6}L^3}{L^3} = \frac{\pi}{6}.$$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 1 nella pagina 11

La risposta D al quesito 28 è sbagliata

Il volume della parte esterna alla sfera minore è metà del volume della sfera maggiore se e solo se il volume della sfera minore V_m è metà del volume della sfera maggiore V_M . Calcolando i volumi delle due sfere, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 28 nella pagina 49

La risposta E al quesito 52 è sbagliata

Gli studenti che hanno superato l'esame al primo appello rappresentano una frazione di $\frac{30}{100}$ del totale, quindi gli studenti che restano dopo il primo appello sono i $\frac{70}{100}$ del totale. Gli studenti che hanno superato l'esame al secondo appello sono una frazione del totale pari a $\frac{10}{100} \times \frac{70}{100} = \frac{7}{100}$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 52 nella pagina 77

Quesito 38

Una sfera è inscritta in un cubo; il rapporto tra il volume della sfera e quello del cubo è:

- | | | |
|-------------|----------|----|
| A. $\pi/4$ | ☛ pagina | 42 |
| B. $\pi/6$ | ☛ pagina | 62 |
| C. $2\pi/3$ | ☛ pagina | 52 |
| D. $4\pi/3$ | ☛ pagina | 50 |
| E. $\pi/2$ | ☛ pagina | 17 |

La risposta E al quesito 35 è sbagliata

Vale:

$$f(x-2) = (x-2)^2 - (x-2)^3.$$

Eseguendo i calcoli, si deduce che la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 35 nella pagina 60

La risposta C al quesito 59 è giusta

Vale:

$$\begin{aligned} f(10 \cdot x^{-2}) &= \log_{10}(10 \cdot x^{-2}) = \log_{10}(10) + \log_{10}(x^{-2}) = \\ &= 1 - 2 \log_{10} x = 1 - 2f(x). \end{aligned}$$

Pertanto la risposta è giusta.

☛ al quesito 31 nella pagina 56

La risposta B al quesito 27 è sbagliata

Se si fa uso delle proprietà del logaritmo, si deduce che la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 27 nella pagina 48

La risposta B al quesito 11 è sbagliata

L'intersezione di r_1 con r_2 è il punto (0,0), quella di r_1 con r_3 è il punto (7,0), quella di r_2 con r_3 è il punto $(\frac{7}{3}, \frac{14}{3})$. Quindi il triangolo assegnato si trova nel primo quadrante ed ha un lato sull'asse x . È facile verificare che il punto (4,4) non è interno al triangolo che ha come vertici (0,0), (7,0) e $(\frac{7}{3}, \frac{14}{3})$. Pertanto la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 11 nella pagina 25

Quesito 39

Rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano ortogonale Oxy i punti del piano diversi dal punto $(-1,2)$ sono tutti e soli i punti (x,y) tali che:

- | | | |
|----------------------------------|----------|----|
| A. $y \neq 2$ | ☛ pagina | 61 |
| B. $xy \neq -2$ | ☛ pagina | 84 |
| C. $x \neq -1$ | ☛ pagina | 31 |
| D. $x \neq -1$ oppure $y \neq 2$ | ☛ pagina | 16 |
| E. $x \neq -1$ e $y \neq 2$ | ☛ pagina | 84 |

La risposta A al quesito 17 è sbagliata

Il grado di un polinomio nella variabile x è il grado massimo dei monomi che lo compongono (evidentemente il coefficiente del monomio di grado massimo non è nullo). La somma di polinomi di grado 3 è un polinomio che contiene monomi che sono al più di terzo grado. Pertanto la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 17 nella pagina 31

La risposta C al quesito 32 è sbagliata

La quantità di pittura per tinteggiare i solidi considerati è proporzionale alla area della superficie totale. L'area della superficie totale di un cubo di lato 1 metro vale:

$$S_{\text{cubo}} = 6 \text{ m}^2.$$

Confrontandola, ad esempio, con quella del tetraedro, $S_{\text{tetraedro}}$, vale:

$$S_{\text{cubo}} > S_{\text{tetraedro}}.$$

Pertanto la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 32 nella pagina 57

La risposta E al quesito 15 è sbagliata

La retta passante per i punti A e B ha coefficiente angolare

$$m = \frac{1-0}{1-0} = 1.$$

Il punto medio del segmento AB è $M = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$. Se si fa uso della definizione di asse di un segmento, si deduce che la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 15 nella pagina 29

Quesito 40

In un piano cartesiano, la circonferenza di centro C di coordinate $(1,1)$ e tangente all'asse delle x ha equazione

- | | | |
|----------------------------------|----------|----|
| A. $x^2 + y^2 + 2x + 2y = 2$ | ➡ pagina | 37 |
| B. $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ | ➡ pagina | 74 |
| C. $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ | ➡ pagina | 45 |
| D. $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$ | ➡ pagina | 10 |
| E. $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 1$ | ➡ pagina | 85 |

La risposta A al quesito 58 è sbagliata

Due circonferenze con centri distinti sono reciprocamente tangenti se e solo se la retta passante per i centri contiene il punto di tangenza tra le circonferenze. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 58 nella pagina 86

La risposta B al quesito 32 è sbagliata

La quantità di pittura per tinteggiare i solidi considerati è proporzionale alla area della superficie totale. L'area della superficie totale di una sfera di raggio 1 metro vale:

$$S_{\text{sfera}} = 4\pi \text{ m}^2.$$

Confrontandola, ad esempio, con quella del cubo, S_{cubo} , vale:

$$S_{\text{sfera}} > S_{\text{cubo}}.$$

Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 32 nella pagina 57

La risposta B al quesito 31 è giusta

Il solido ottenuto è una sfera di raggio 1 cm alla quale è stata tolta una sfera di raggio $\frac{1}{2}$ cm. Il suo volume è

$$\begin{aligned} V &= \left(\frac{4}{3}\pi 1^3 - \frac{4}{3}\pi \left(\frac{1}{2}\right)^3 \right) \text{ cm}^3 = \frac{4}{3} \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 \right) \pi \text{ cm}^3 = \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{7}{8} \pi \text{ cm}^3 = \frac{7}{6} \pi \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 44 nella pagina 69

Quesito 41

Sia A l'insieme dei numeri interi positivi dispari o primi. Allora è vero che:

- | | | |
|------------------|----------|----|
| A. $12 \in A$ | ➡ pagina | 23 |
| B. $98 \in A$ | ➡ pagina | 52 |
| C. $13 \notin A$ | ➡ pagina | 20 |
| D. $2 \in A$ | ➡ pagina | 19 |
| E. $3 \notin A$ | ➡ pagina | 84 |

La risposta E al quesito 37 è sbagliata

Se si fa uso delle proprietà delle potenze, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 37 nella pagina 62

La risposta D al quesito 3 è sbagliata

Vale $\frac{\pi}{2} < 2 < \pi$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 3 nella pagina 13

La risposta A al quesito 43 è sbagliata

Se si fa uso delle proprietà delle potenze con la stessa base, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 43 nella pagina 68

La risposta D al quesito 26 è sbagliata

Il numero 6 non è primo. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 26 nella pagina 47

La risposta D al quesito 8 è sbagliata

Le ruote utilizzate percorrono complessivamente $2 \times 600 \text{ km} = 1200 \text{ km}$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 8 nella pagina 19

La risposta C al quesito 13 è giusta

La somma degli angoli interni di un poligono, regolare o non regolare, avente n lati è pari a $(n-2)$ angoli piatti. Quindi, la somma degli angoli interni di un esagono è uguale a 4π radianti. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 2 nella pagina 12

Quesito 42

L'equazione $\sqrt{x^2} - x = 0$ è verificata

- | | | |
|---------------------------------|---|-----------|
| A. solo per $x = -1$ | ➡ | pagina 29 |
| B. solo per $x \geq 0$ | ➡ | pagina 11 |
| C. solo per $x = 0$ | ➡ | pagina 14 |
| D. solo per $x = 1$ | ➡ | pagina 45 |
| E. per ogni valore reale di x | ➡ | pagina 18 |

La risposta E al quesito 56 è sbagliata

Se si ricorda che l'equazione di una circonferenza di centro (x_0, y_0) e raggio r è

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2,$$

si verifica che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 56 nella pagina 81

La risposta E al quesito 22 è giusta

Fra 18 anni le età dei due figli di Luigi saranno 33 e 29 anni. Quindi l'età di Luigi sarà $(33+29)$ anni, cioè 62 anni. Se ne deduce che oggi Luigi ha $(62-18)$ anni, cioè 44 anni. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 57 nella pagina 85

La risposta C al quesito 44 è sbagliata

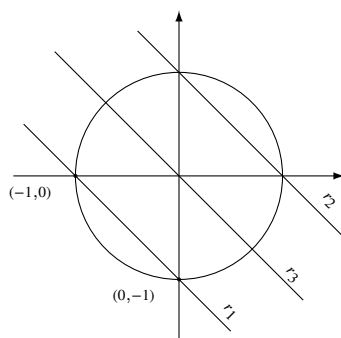
Gli insiemi individuati da ciascuna condizione (vedi figura) possono essere descritti come segue.

	Condizione	Insieme di punti
(1)	$(x + y)^2 = 1$	due rette $r_1 : x + y = -1$ e $r_2 : x + y = 1$
(2)	$x^2 + y^2 = 1$	circonferenza di centro l'origine e raggio 1
(3)	$x + y \leq 0$	semipiano che si trova sotto la retta $r_3 : x + y = 0$

Quesito 43

Quale delle seguenti uguaglianze è verificata qualunque siano i numeri reali x e y ?

- | | |
|---|-------------|
| A. $3^{x+y}3^{x-y} = 3^{x^2-y^2}$ | ☛ pagina 66 |
| B. $3^{x+y}3^{x-y} = (3^x)^2$ | ☛ pagina 80 |
| C. $3^{x+y}3^{x-y} = 3^{x^2} - 3^{y^2}$ | ☛ pagina 42 |
| D. $3^{x+y}3^{x-y} = 3^{x^2}$ | ☛ pagina 61 |
| E. $3^{x+y}3^{x-y} = 3^x(3^y3^{-y})$ | ☛ pagina 20 |



Pertanto la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 44 nella pagina 69

La risposta E al quesito 7 è sbagliata

Ad esempio, la disuguaglianza $\sqrt[3]{x^3 + 8} < 0$ non è soddisfatta per $x = 0 < 1$. Pertanto la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 7 nella pagina 18

La risposta D al quesito 24 è giusta

Vale $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$. Pertanto la risposta è giusta.

☛ al quesito 56 nella pagina 81

La risposta A al quesito 45 è giusta

Per i valori di x tali che $\sin x \neq 0$ l'equazione assegnata è equivalente a

$$\sin^2 x = 1 \iff \sin x = \pm 1.$$

Quindi le soluzioni sono $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, per ogni valore intero di k . Pertanto la risposta è giusta.

☛ al quesito 6 nella pagina 17

Quesito 44

Nel piano cartesiano quanti sono i punti $P(x, y)$ per cui sono verificate tutte e tre le seguenti condizioni?

$$(x + y)^2 = 1, \quad x^2 + y^2 = 1, \quad x + y \leq 0$$

- | | | |
|-------------|----------|----|
| A. Uno | ☛ pagina | 75 |
| B. Due | ☛ pagina | 13 |
| C. Infiniti | ☛ pagina | 67 |
| D. Nessuno | ☛ pagina | 82 |
| E. Quattro | ☛ pagina | 70 |

La risposta C al quesito 9 è sbagliata

Se si fa uso della definizione di asse di un segmento, si deduce che la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 9 nella pagina 21

La risposta A al quesito 5 è sbagliata

L'area del triangolo A è pari a $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$. Poiché il triangolo B ha lato doppio, si deduce che la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 5 nella pagina 16

La risposta C al quesito 18 è sbagliata

Se si fa uso delle proprietà del logaritmo e delle potenze, si deduce che la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 18 nella pagina 32

La risposta E al quesito 33 è sbagliata

Ricordando che un polinomio è divisibile per un secondo polinomio se esiste un terzo polinomio che moltiplicato per il secondo dia come risultato il polinomio di partenza, si deduce che la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 33 nella pagina 58

La risposta E al quesito 1 è sbagliata

Il lato del triangolo è una corda della circonferenza che sottende un angolo al centro pari a $\alpha = \frac{2\pi}{3}$. Se si fa uso del teorema della corda, si deduce che la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 1 nella pagina 11

Quesito 45

Le soluzioni dell'equazione trigonometrica

$$\sin x = \frac{1}{\sin x}$$

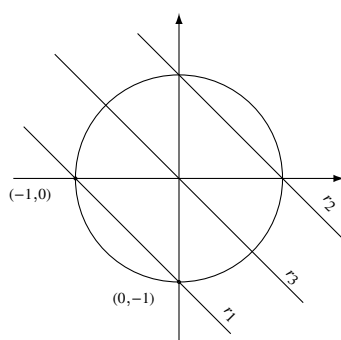
sono

- | | | |
|---|----------|----|
| A. $x = \pi/2 + k\pi$, per ogni valore intero di k | ☛ pagina | 68 |
| B. nessuna delle altre risposte | ☛ pagina | 54 |
| C. $x = k\pi/2$, per ogni valore intero di k | ☛ pagina | 40 |
| D. $x = 3\pi/2 + 2k\pi$, per ogni valore intero di k | ☛ pagina | 14 |
| E. $x = \pi/2 + 2k\pi$, per ogni valore intero di k | ☛ pagina | 33 |

La risposta E al quesito 44 è sbagliata

Gli insiemi individuati da ciascuna condizione (vedi figura) possono essere descritti come segue.

	Condizione	Insieme di punti
(1)	$(x + y)^2 = 1$	due rette $r_1 : x + y = -1$ e $r_2 : x + y = 1$
(2)	$x^2 + y^2 = 1$	circonferenza di centro l'origine e raggio 1
(3)	$x + y \leq 0$	semipiano che si trova sotto la retta $r_3 : x + y = 0$



Pertanto la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 44 nella pagina 69

Quesito 46

Sia Q un quadrato di lato ℓ , C_1 il cerchio circoscritto a Q , C_2 il cerchio inscritto in Q . Il rapporto tra l'area della superficie di C_1 e l'area della superficie di C_2 vale

- | | | |
|-------------------------------|----------|----|
| A. 4 | ➡ pagina | 38 |
| B. 2 | ➡ pagina | 76 |
| C. $\sqrt{2}$ | ➡ pagina | 29 |
| D. varia al variare di ℓ | ➡ pagina | 31 |
| E. $2\sqrt{2}$ | ➡ pagina | 37 |

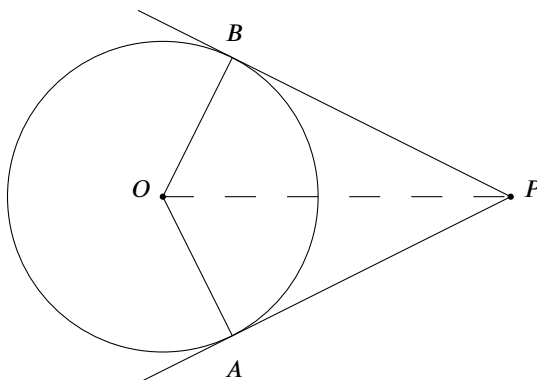
La risposta A al quesito 24 è sbagliata

Per $\pi < x < \frac{3}{2}\pi$ vale $\sin x < 0$ e $\cos x < 0$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 24 nella pagina 45

La risposta C al quesito 48 è sbagliata

Facendo riferimento alla figura, il poligono $PAOB$ è l'unione dei due triangoli rettangoli POA e POB .



Quindi:

$$\text{area}(PAOB) = 2 \cdot \text{area}(POA) = 2 \cdot \frac{\overline{OA} \cdot \overline{AP}}{2} = \overline{OA} \cdot \overline{AP}.$$

Se $\overline{PO} = 4$ cm, facendo uso del teorema di Pitagora, si può calcolare $\overline{AP}$ e dedurre che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 48 nella pagina 73

Quesito 47

Sia T un triangolo rettangolo **isoscele**. Allora la somma dei coseni degli angoli interni di T è uguale a

- | | | |
|-------------------|----------|----|
| A. 2 | ➡ pagina | 12 |
| B. 1 | ➡ pagina | 29 |
| C. $\sqrt{3}$ | ➡ pagina | 40 |
| D. $1 + \sqrt{2}$ | ➡ pagina | 76 |
| E. $\sqrt{2}$ | ➡ pagina | 81 |

La risposta E al quesito 50 è sbagliata

Vale:

$$(\sqrt{3} \sin^2 x + \sqrt{3} \cos^2 x - 2 \sin x)|_{x=\frac{\pi}{2}} = \sqrt{3} - 2 \neq 0.$$

Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 50 nella pagina 75

La risposta E al quesito 30 è giusta

Le soluzioni dell'equazione considerata devono essere numeri $x \neq 0$ che soddisfano l'equazione di secondo grado

$$x^2 - kx + 1 = 0.$$

Il discriminante dell'equazione precedente è $\Delta = k^2 - 4$ e, se $k = 2$, vale $\Delta = 0$. Quindi l'equazione ammette l'unica soluzione $x = 2$. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 36 nella pagina 61

La risposta A al quesito 37 è sbagliata

Se si fa uso delle proprietà delle potenze, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 37 nella pagina 62

Quesito 48

Da un punto P esterno ad una circonferenza di centro O e raggio di 1 cm, si tracciano le tangenti a tale circonferenza che la incontrano nei punti A e B . L'area del poligono $PAOB$ è di $\sqrt{3} \text{ cm}^2$ se la distanza di P da O è

- | | |
|----------------------------|-------------|
| A. 3 cm | ☛ pagina 9 |
| B. 2 cm | ☛ pagina 36 |
| C. 4 cm | ☛ pagina 71 |
| D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm | ☛ pagina 21 |
| E. $\frac{3}{2}$ cm | ☛ pagina 10 |

La risposta B al quesito 10 è sbagliata

Per confrontare due numeri se ne può fare il rapporto e verificare se è uguale a 1. Usando le proprietà delle potenze si ha:

$$\frac{\left(\frac{81}{\sqrt{64}}\right)^{1/4}}{\frac{3}{2\sqrt{2}}} = \frac{3}{2^{3/4}} \frac{2^{3/2}}{3} = 2^{(3/2)-(3/4)} = 2^{3/4} \neq 1.$$

Pertanto la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 10 nella pagina 24

La risposta E al quesito 14 è sbagliata

Se si osserva che una diagonale forma, con due lati consecutivi del parallelogramma, un triangolo, si deduce che la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 14 nella pagina 28

La risposta A al quesito 8 è sbagliata

Le ruote utilizzate percorrono complessivamente $2 \times 600 \text{ km} = 1200 \text{ km}$. Pertanto la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 8 nella pagina 19

Quesito 49

L'insieme delle soluzioni della disequazione $\frac{x+3}{x+1} \geq 2$ è costituito da tutti i numeri reali x tali che

- | | |
|--------------------|-------------|
| A. $-1 < x \leq 2$ | ➡ pagina 83 |
| B. $x \leq 1$ | ➡ pagina 50 |
| C. $x \geq 1$ | ➡ pagina 59 |
| D. $x < -1$ | ➡ pagina 46 |
| E. $-1 < x \leq 1$ | ➡ pagina 16 |

La risposta B al quesito 40 è sbagliata

L'equazione di una circonferenza di centro C di coordinate $(1,1)$ e raggio $r > 0$ è:

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = r^2$$

L'equazione $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ si può scrivere come $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 40 nella pagina 65

La risposta C al quesito 21 è giusta

Si tratta di calcolare il numero di sottoinsiemi di 4 atleti che possono essere formati dall'insieme dei 6 rematori. Tale numero è pari a

$$\binom{6}{4} = \frac{6!}{4! (6-4)!} = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15.$$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 50 nella pagina 75

La risposta E al quesito 9 è sbagliata

Se si fa uso della definizione di asse di un segmento, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 9 nella pagina 21

La risposta D al quesito 19 è sbagliata

Se si fa uso del teorema del resto, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 19 nella pagina 33

Quesito 50

Per $0 \leq x \leq \pi/2$, l'equazione $\sqrt{3} \sin^2 x + \sqrt{3} \cos^2 x - 2 \sin x = 0$ ha soluzione

- | | | |
|----------------|----------|----|
| A. $x = \pi/3$ | ☛ pagina | 57 |
| B. $x = \pi/6$ | ☛ pagina | 19 |
| C. $x = \pi/4$ | ☛ pagina | 79 |
| D. $x = 0$ | ☛ pagina | 30 |
| E. $x = \pi/2$ | ☛ pagina | 72 |

La risposta E al quesito 12 è sbagliata

Ad esempio, se $k = 3$, l'equazione diventa $\sin(x) = -1$, ma, per $0 \leq x \leq \pi$, la funzione $\sin(x)$ assume tutti e soli i valori compresi tra 0 e 1. Pertanto la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 12 nella pagina 26

La risposta A al quesito 9 è sbagliata

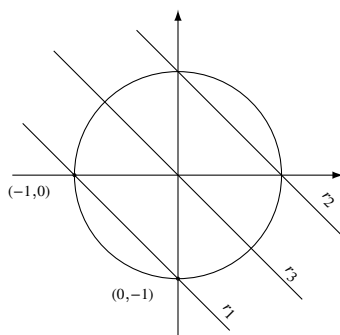
Se si fa uso della definizione di asse di un segmento, si deduce che la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 9 nella pagina 21

La risposta A al quesito 44 è sbagliata

Gli insiemi individuati da ciascuna condizione (vedi figura) possono essere descritti come segue.

	Condizione	Insieme di punti
(1)	$(x + y)^2 = 1$	due rette $r_1 : x + y = -1$ e $r_2 : x + y = 1$
(2)	$x^2 + y^2 = 1$	circonferenza di centro l'origine e raggio 1
(3)	$x + y \leq 0$	semipiano che si trova sotto la retta $r_3 : x + y = 0$



Quesito 51

Un numero razionale compreso tra $\sqrt{5}$ e $\sqrt{8}$ è:

- | | |
|----------------------------------|-------------|
| A. 2,52 | ➡ pagina 37 |
| B. 1,98 | ➡ pagina 27 |
| C. 3,01 | ➡ pagina 35 |
| D. $(\sqrt{5} \cdot \sqrt{8})/2$ | ➡ pagina 39 |
| E. $(\sqrt{5} + \sqrt{8})/2$ | ➡ pagina 20 |

Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 44 nella pagina 69

La risposta B al quesito 46 è giusta

Osserviamo che la diagonale di Q vale $d = \sqrt{2}\ell$. Il cerchio C_1 ha raggio $r_1 = \frac{d}{2}$, mentre il cerchio C_2 ha raggio $r_2 = \frac{\ell}{2}$. Il rapporto richiesto vale:

$$\frac{\text{area}(C_1)}{\text{area}(C_2)} = \frac{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2}{\pi \left(\frac{\ell}{2}\right)^2} = \frac{2\ell^2}{\ell^2} = 2.$$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 16 nella pagina 30

La risposta E al quesito 23 è sbagliata

Il coefficiente angolare della retta passante per i punti di coordinate $(1, 0)$ e $(0, 1)$ è pari a

$$m = \frac{1 - 0}{0 - 1} = -1.$$

La retta $y = 1$ è una retta orizzontale. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 23 nella pagina 44

La risposta D al quesito 47 è sbagliata

Poiché il triangolo T è rettangolo, si può affermare che i due lati uguali formano un angolo retto. Ricordando che la somma degli angoli interni di un triangolo è pari ad un angolo piatto, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 47 nella pagina 72

Quesito 52

Il 30% degli studenti iscritti ad un corso universitario ha superato l'esame relativo al corso al primo appello. Se, dei restanti studenti iscritti, il 10% supera l'esame al secondo appello, gli studenti che devono ancora superare l'esame dopo i primi due appelli saranno:

- | | | | |
|----|--|----------|----|
| A. | il 37% del numero totale di studenti iscritti al corso | ➡ pagina | 84 |
| B. | il 63% del numero totale di studenti iscritti al corso | ➡ pagina | 77 |
| C. | il 70% del numero totale di studenti iscritti al corso | ➡ pagina | 39 |
| D. | il 60% del numero totale di studenti iscritti al corso | ➡ pagina | 10 |
| E. | il 40% del numero totale di studenti iscritti al corso | ➡ pagina | 62 |

La risposta B al quesito 52 è giusta

Gli studenti che hanno superato l'esame al primo appello rappresentano una frazione di $\frac{30}{100}$ del totale, quindi gli studenti che restano dopo il primo appello sono i $\frac{70}{100}$ del totale. Gli studenti che hanno superato l'esame al secondo appello sono una frazione del totale pari a $\frac{10}{100} \times \frac{70}{100} = \frac{7}{100}$. Quindi gli studenti che devono ancora superare l'esame dopo il secondo appello sono una frazione del totale pari a $1 - \frac{30}{100} - \frac{7}{100} = \frac{63}{100}$. Pertanto la risposta è giusta.

➡ alla pagina 87

La risposta B al quesito 59 è sbagliata

Vale:

$$f(10 \cdot x^{-2}) = \log_{10}(10 \cdot x^{-2}).$$

Se si fa uso delle proprietà del logaritmo, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 59 nella pagina 86

La risposta C al quesito 4 è giusta

Se x è un numero reale vale:

$$x^4 + 5 \geq 5 > 0.$$

Quindi la disequazione non è mai verificata. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 49 nella pagina 74

Quesito 53

L'espressione

$$\log_{10} \sqrt[3]{x^2 + 1} \cdot \log_{10} 1000$$

vale:

- | | | |
|---|----------|----|
| A. $\log_{10} \frac{1000(x^2+1)}{3}$ | ➡ pagina | 31 |
| B. $\log_{10}(x^2 + 1)$ | ➡ pagina | 12 |
| C. $\log_{10} \sqrt[3]{x^2 + 1} + \log_{10} 1000$ | ➡ pagina | 23 |
| D. $\frac{1}{3} \log_{10}[1000(x^2 + 1)]$ | ➡ pagina | 41 |
| E. $\log_{10}(1000 \sqrt[3]{x^2 + 1})$ | ➡ pagina | 49 |

La risposta D al quesito 58 è giusta

Due circonferenze con centri distinti sono reciprocamente tangenti se e solo se la retta passante per i centri contiene il punto di tangenza tra le circonferenze. Quindi, detto O il centro di γ , se P è interno a γ ed è diverso da O , considerata la retta r passante per P e O , tale retta interseca γ in due punti, che sono i punti per i quali passano le due circonferenze di centro P tangenti a γ . Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 35 nella pagina 60

La risposta B al quesito 3 è sbagliata

Vale $\frac{\pi}{2} < 2 < \pi$, quindi $\sin 2 > 0$ e $\cos 2 < 0$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 3 nella pagina 13

La risposta D al quesito 54 è giusta

Ricordando che, per ogni $x \in \mathbb{R}$, si ha $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ e $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$, vale:

$$\begin{aligned} \left(\sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12} \right)^2 &= \left(\sin \frac{\pi}{12} \right)^2 + \left(\cos \frac{\pi}{12} \right)^2 - 2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} = \\ &= 1 - \sin \frac{\pi}{6} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 38 nella pagina 63

La risposta C al quesito 3 è sbagliata

Vale $\frac{\pi}{2} < 2 < \pi$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 3 nella pagina 13

Quesito 54

L'espressione

$$\left(\sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12}\right)^2$$

è anche uguale a:

- | | |
|---------------------|-------------|
| A. $1 - \sqrt{3}/2$ | ➡ pagina 30 |
| B. $3/2$ | ➡ pagina 35 |
| C. $1 - \sqrt{2}/2$ | ➡ pagina 17 |
| D. $1/2$ | ➡ pagina 78 |
| E. 1 | ➡ pagina 46 |

La risposta C al quesito 50 è sbagliata

Vale:

$$(\sqrt{3} \sin^2 x + \sqrt{3} \cos^2 x - 2 \sin x)|_{x=\frac{\pi}{4}} = \sqrt{3} \frac{1}{2} + \sqrt{3} \frac{1}{2} - 2 \frac{\sqrt{2}}{2} \neq 0.$$

Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 50 nella pagina 75

La risposta E al quesito 19 è sbagliata

Se si fa uso del teorema del resto, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 19 nella pagina 33

La risposta A al quesito 1 è sbagliata

Il lato del triangolo è una corda della circonferenza che sottende un angolo al centro pari a $\alpha = \frac{2\pi}{3}$. Se si fa uso del teorema della corda, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 1 nella pagina 11

La risposta D al quesito 34 è sbagliata

La funzione $x^2 - 3|x| + 2$ è una funzione pari che non si annulla per $x = 0$. Ne segue che, se l'equazione ammette una soluzione, ne ammette anche un'altra (il suo opposto). Quindi le soluzioni sono in numero pari. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 34 nella pagina 59

Quesito 55

Una squadra di operai deve asfaltare una piazzola circolare. Arrivata sul posto, scopre che la piazza ha diametro doppio del previsto. Quanto asfalto serve, rispetto a quello preventivato?

- | | |
|--|-------------|
| A. Non si può rispondere se non si conosce o il raggio previsto o quello effettivo | 👉 pagina 35 |
| B. Una quantità π^2 volte quella prevista | 👉 pagina 32 |
| C. Il doppio | 👉 pagina 51 |
| D. Il quadruplo | 👉 pagina 33 |
| E. Una quantità 2π volte quella prevista | 👉 pagina 38 |

La risposta C al quesito 35 è sbagliata

Vale:

$$f(x-2) = (x-2)^2 - (x-2)^3.$$

Eseguendo i calcoli, si deduce che la risposta è sbagliata.

👉 al quesito 35 nella pagina 60

La risposta C al quesito 56 è sbagliata

Se si ricorda che l'equazione di una circonferenza di centro (x_0, y_0) e raggio r è

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2,$$

si verifica che la risposta è sbagliata.

👉 al quesito 56 nella pagina 81

La risposta B al quesito 43 è giusta

Facendo uso delle proprietà delle potenze con la stessa base, si ha:

$$3^{x+y}3^{x-y} = 3^{x+y+x-y} = 3^{2x} = (3^x)^2.$$

Pertanto la risposta è giusta.

👉 al quesito 48 nella pagina 73

Quesito 56

Rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano ortogonale Oxy , è data la circonferenza di equazione $\sqrt{3}x^2 + \sqrt{3}y^2 - 2x - 2y = 0$. Allora il suo raggio è:

- | | | |
|-----------------|----------|----|
| A. $\sqrt{2/3}$ | ➡ pagina | 45 |
| B. 3 | ➡ pagina | 58 |
| C. $\sqrt{3}$ | ➡ pagina | 80 |
| D. 1 | ➡ pagina | 53 |
| E. 2 | ➡ pagina | 67 |

La risposta A al quesito 33 è sbagliata

Ricordando che un polinomio è divisibile per un secondo polinomio se esiste un terzo polinomio che moltiplicato per il secondo dia come risultato il polinomio di partenza, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 33 nella pagina 58

La risposta A al quesito 18 è sbagliata

Se si fa uso delle proprietà del logaritmo e delle potenze, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 18 nella pagina 32

La risposta E al quesito 47 è giusta

Poiché il triangolo T è rettangolo, si può affermare che i due lati uguali formano un angolo retto. Ricordando che la somma degli angoli interni di un triangolo è pari ad un angolo piatto, la misura degli altri due angoli interni (che sono uguali) si ottiene calcolando $(180^\circ - 90^\circ)/2 = 45^\circ$. Quindi la somma dei coseni degli angoli interni di T è pari a

$$\cos 90^\circ + \cos 45^\circ + \cos 45^\circ = 0 + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 43 nella pagina 68

La risposta D al quesito 37 è sbagliata

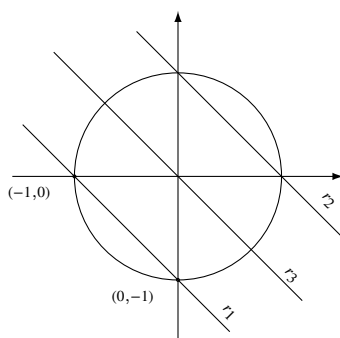
Se si fa uso delle proprietà delle potenze, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 37 nella pagina 62

La risposta D al quesito 44 è sbagliata

Gli insiemi individuati da ciascuna condizione (vedi figura) possono essere descritti come segue.

	Condizione	Insieme di punti
(1)	$(x + y)^2 = 1$	due rette $r_1 : x + y = -1$ e $r_2 : x + y = 1$
(2)	$x^2 + y^2 = 1$	circonferenza di centro l'origine e raggio 1
(3)	$x + y \leq 0$	semipiano che si trova sotto la retta $r_3 : x + y = 0$



Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 44 nella pagina 69

La risposta B al quesito 57 è sbagliata

Per $x = 0$ vale:

$$(\cos(x) + \sin(x))|_{x=0} = 1 + 0 \neq 0.$$

Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 57 nella pagina 85

La risposta D al quesito 20 è sbagliata

Il polinomio considerato è una funzione pari e quindi, se l'equazione ammette una soluzione negativa, ne ammette anche una positiva (il suo opposto). Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 20 nella pagina 34

La risposta E al quesito 36 è sbagliata

L'equazione di una circonferenza di centro $(0, -2)$ e raggio $r = \sqrt{\gamma + 4}$ è:

$$x^2 + (y + 2)^2 = r^2 \iff x^2 + y^2 + 4y + 4 = \gamma + 4.$$

L'equazione precedente non coincide con quella assegnata. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 36 nella pagina 61

La risposta A al quesito 15 è sbagliata

La retta passante per i punti A e B ha coefficiente angolare

$$m = \frac{1 - 0}{1 - 0} = 1.$$

Il punto medio del segmento AB è $M = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$. Se si fa uso della definizione di asse di un segmento, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 15 nella pagina 29

La risposta B al quesito 58 è sbagliata

Due circonferenze con centri distinti sono reciprocamente tangenti se e solo se la retta passante per i centri contiene il punto di tangenza tra le circonferenze. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 58 nella pagina 86

La risposta C al quesito 33 è sbagliata

Ricordando che un polinomio è divisibile per un secondo polinomio se esiste un terzo polinomio che moltiplicato per il secondo dia come risultato il polinomio di partenza, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 33 nella pagina 58

La risposta A al quesito 49 è sbagliata

Ad esempio, se $x = 2$, vale:

$$\frac{x+3}{x+1} \Big|_{x=2} = \frac{2+3}{2+1} = \frac{5}{3} < 2.$$

Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 49 nella pagina 74

La risposta E al quesito 25 è sbagliata

I numeri $a = 0$ e $b = 0$ soddisfano $a^2 + b^2 = 0$, ma non vale $a > b$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 25 nella pagina 46

La risposta E al quesito 39 è sbagliata

Ad esempio, il punto $(-1,0)$ è diverso dal punto $(-1,2)$, ma non è tale che $x \neq -1$ e $y \neq 2$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 39 nella pagina 64

La risposta A al quesito 52 è sbagliata

Gli studenti che hanno superato l'esame al primo appello rappresentano una frazione di $\frac{30}{100}$ del totale, quindi gli studenti che restano dopo il primo appello sono i $\frac{70}{100}$ del totale. Gli studenti che hanno superato l'esame al secondo appello sono una frazione del totale pari a $\frac{10}{100} \times \frac{70}{100} = \frac{7}{100}$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 52 nella pagina 77

La risposta B al quesito 39 è sbagliata

Ad esempio, il punto $(1, -2)$ è diverso dal punto $(-1,2)$, ma non è tale che $xy \neq -2$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 39 nella pagina 64

La risposta C al quesito 5 è sbagliata

L'area del triangolo A è pari a $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$. Poiché il triangolo B ha lato doppio, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 5 nella pagina 16

La risposta A al quesito 7 è sbagliata

Ad esempio, la disequaglianza $\sqrt[3]{x^3+8} < 0$ non è soddisfatta per $x = -\frac{3}{2} < -1$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 7 nella pagina 18

La risposta A al quesito 19 è giusta

Il teorema del resto stabilisce che il resto della divisione proposta si ottiene valutando il polinomio per $x = -1$:

$$\text{resto} = (x^5 - 3x^4 + 3)|_{x=-1} = -1.$$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 47 nella pagina 72

La risposta E al quesito 41 è sbagliata

Il numero 3 è dispari, quindi appartiene ad A . Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 41 nella pagina 66

Quesito 57

Per quale dei seguenti valori di x vale $\cos(x) + \sin(x) = 0$?

- | | | |
|-------------------------|----------|----|
| A. $x = \frac{\pi}{4}$ | ➡ pagina | 55 |
| B. $x = 0$ | ➡ pagina | 82 |
| C. $x = \pi$ | ➡ pagina | 44 |
| D. $x = \frac{\pi}{2}$ | ➡ pagina | 41 |
| E. $x = \frac{3\pi}{4}$ | ➡ pagina | 35 |

La risposta A al quesito 23 è sbagliata

Il coefficiente angolare della retta passante per i punti di coordinate $(1, 0)$ e $(0, 1)$ è pari a

$$m = \frac{1 - 0}{0 - 1} = -1.$$

La retta $2x + 3y = 0$ può essere scritta nella forma $y = -\frac{2}{3}x$ e quindi il suo coefficiente angolare è $m' = -\frac{2}{3} \neq m$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 23 nella pagina 44

La risposta C al quesito 23 è sbagliata

Il coefficiente angolare della retta passante per i punti di coordinate $(1, 0)$ e $(0, 1)$ è pari a

$$m = \frac{1 - 0}{0 - 1} = -1.$$

La retta $x = 2$ è una retta verticale. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 23 nella pagina 44

La risposta E al quesito 40 è sbagliata

L'equazione di una circonferenza di centro C di coordinate $(1, 1)$ e raggio $r > 0$ è:

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = r^2$$

L'equazione $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 1$ si può scrivere come $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 3$. Quindi essa rappresenta la circonferenza di centro C e raggio $\sqrt{3}$ e tale circonferenza non è tangente all'asse delle x . Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 40 nella pagina 65

Quesito 58

Sia γ una circonferenza e sia P un punto del piano interno a γ , diverso dal centro. Quante sono le circonferenze di centro P tangenti a γ ?

- | | | |
|------|----------|----|
| A. 4 | ➡ pagina | 65 |
| B. 0 | ➡ pagina | 83 |
| C. 1 | ➡ pagina | 37 |
| D. 2 | ➡ pagina | 78 |
| E. 3 | ➡ pagina | 22 |

Quesito 59

Dato un numero reale positivo x e posto $f(x) = \log_{10} x$, si ha $f(10 \cdot x^{-2}) =$

- | | | |
|----------------------|----------|----|
| A. $\frac{1}{f(x)}$ | ➡ pagina | 59 |
| B. $2 - 2f(x)$ | ➡ pagina | 77 |
| C. $1 - 2f(x)$ | ➡ pagina | 63 |
| D. $\frac{1}{2f(x)}$ | ➡ pagina | 51 |
| E. $-2f(x)$ | ➡ pagina | 11 |

Quesito 60

Rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano ortogonale Oxy la distanza del punto di coordinate $(-4, 2)$ dalla retta di equazione $x = 2$ è:

- | | | |
|-------|----------|----|
| A. -2 | ➡ pagina | 47 |
| B. 2 | ➡ pagina | 30 |
| C. -6 | ➡ pagina | 23 |
| D. 6 | ➡ pagina | 33 |
| E. 4 | ➡ pagina | 32 |

Matematica 2

Andare alla pagina che contiene il quesito da cui cominciare la lettura di questa sezione del mentor, come indicato nel riquadro sottostante.

quesito 88 nella pagina 129

Quesito 61

Per quale dei seguenti valori di x si ha $\sin\left(\frac{x}{3}\right) = \frac{\sin(x)}{3}$

A. $x = \frac{\pi}{3}$

➡ pagina 118

B. $x = 3\pi$

➡ pagina 89

C. $x = 2\pi$

➡ pagina 114

D. $x = \frac{\pi}{6}$

➡ pagina 100

E. $x = \frac{\pi}{2}$

➡ pagina 101

La risposta A al quesito 80 è sbagliata

L'insieme delle 100 persone può essere visto come l'unione dei seguenti quattro sottoinsiemi a due a due disgiunti:

$A = \{\text{persone che parlano sia inglese che francese}\}$

$B = \{\text{persone che parlano inglese, ma non parlano francese}\}$

$C = \{\text{persone che parlano francese, ma non parlano inglese}\}$

$D = \{\text{persone che non parlano né inglese né francese}\}$

Il numero di persone in A è pari a $n_A = 12$, il numero di persone in B è pari a $n_B = 51 - 12 = 39$, il numero di persone in C è pari a $n_C = 36 - 12 = 24$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 80 nella pagina 121

La risposta C al quesito 90 è sbagliata

L'equazione proposta è un'equazione di secondo grado che può essere posta nella forma

$$x^2 - ax - 1 = 0.$$

Il discriminante vale $\Delta = a^2 + 4$ ed è positivo per ogni valore reale di a . Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 90 nella pagina 131

La risposta E al quesito 72 è giusta

Dopo ogni rimpiazzo, la frazione di pinot che resta nel miscuglio si calcola nel modo seguente. Si moltiplica la frazione di pinot prima dell'operazione per la frazione di vino che resta in bottiglia dopo il prelievo. Al valore ottenuto si somma la frazione aggiunta. Riassumiamo in una tabella gli effetti delle manipolazioni sul vino.

	Frazione di pinot
Situazione iniziale	$\frac{1}{2}$
Primo rimpiazzo	$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$
Secondo rimpiazzo	$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ alla pagina 132

La risposta B al quesito 64 è sbagliata

Se p e q sono dispari anche p^2 e q^2 sono dispari e quindi $q^2 - p^2$ è sempre pari in quanto differenza di numeri dispari. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 64 nella pagina 95

La risposta B al quesito 66 è sbagliata

Per $k = 0$ l'equazione diventa $y = 1$, che è l'equazione di una retta orizzontale. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 66 nella pagina 98

La risposta B al quesito 61 è giusta

Se si valutano i due membri dell'uguaglianza proposta per $x = 3\pi$, si ha:

$$\sin\left(\frac{x}{3}\right)\Big|_{x=3\pi} = \sin \pi = 0,$$
$$\frac{\sin(x)}{3}\Big|_{x=3\pi} = \frac{\sin(3\pi)}{3} = 0,$$

quindi $x = 3\pi$ verifica l'uguaglianza. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 68 nella pagina 102

Quesito 62

Siano dati nel piano due triangoli equilateri che si possono ruotare e traslare liberamente uno rispetto all'altro. Data una qualsiasi posizione dei due triangoli, la loro porzione di superficie sovrapposta non potrà mai essere

- | | |
|----------------------------|--------------|
| A. un trapezio | ➡ pagina 126 |
| B. un esagono | ➡ pagina 128 |
| C. un rettangolo | ➡ pagina 96 |
| D. un triangolo equilatero | ➡ pagina 91 |
| E. un triangolo rettangolo | ➡ pagina 129 |

La risposta C al quesito 69 è sbagliata

Se, ad esempio, il reddito di un cittadino è di 15 000 € > 10 000 €, egli dovrà pagare, secondo il nuovo sistema, un importo di $(\frac{20}{100} 15\,000 + 1000) \text{ €} = 4000 \text{ €}$, mentre, con il vecchio sistema, avrebbe pagato $\frac{25}{100} 15\,000 \text{ €} = 3750 \text{ €}$. Quindi il nuovo sistema risulta meno conveniente. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 69 nella pagina 103

La risposta E al quesito 68 è sbagliata

Vale:

$$a = \frac{3n + 3 + (-1)^n}{n + 1} = \frac{3(n + 1) + (-1)^n}{n + 1} = 3 + \frac{(-1)^n}{n + 1}.$$

Ad esempio, se $n = 1$, $a = 3 - \frac{1}{2} = 2,5 < 2,99$ e quindi non tutti i numeri a sono maggiori di 2,99. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 68 nella pagina 102

La risposta B al quesito 83 è giusta

Il volume di una sfera di raggio K è $V_s = \frac{4}{3}\pi K^3$, mentre il volume di un cilindro avente diametro di base K ed altezza K è $V_c = \pi \left(\frac{K}{2}\right)^2 K = \frac{\pi}{4} K^3$. Vale:

$$\frac{V_s}{V_c} = \frac{\frac{4}{3}\pi K^3}{\frac{\pi}{4} K^3} = \frac{16}{3} = 5 + \frac{1}{3},$$

quindi il numero minimo di cilindri necessari è 6. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 80 nella pagina 121

La risposta B al quesito 84 è sbagliata

Se si fa uso del teorema del resto, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 84 nella pagina 125

La risposta D al quesito 76 è sbagliata

Se si fa uso dell'uguaglianza $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ e delle proprietà dei logaritmi, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 76 nella pagina 117

La risposta E al quesito 81 è sbagliata

Se si fa uso della proprietà di periodicità della funzione $\tan(2x - 5\pi)$, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 81 nella pagina 122

La risposta E al quesito 86 è sbagliata

Aldo e Bea hanno due posti a disposizione e quindi hanno due modi per disporsi. Gli altri quattro amici hanno quattro posti a disposizione. Se si fa uso della formula per calcolare il numero di permutazioni di 4 persone su 4 posti, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 86 nella pagina 127

La risposta C al quesito 88 è sbagliata

La funzione $\cos^2 x - \cos x - 2$ per $x = 0$ vale -2 e quindi $x = 2k\pi$ non è soluzione per $k = 0$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 88 nella pagina 129

La risposta D al quesito 62 è sbagliata

Ad esempio, se i triangoli vengono disposti in modo che uno sia contenuto nell'altro, la porzione di superficie sovrapposta è un triangolo equilatero. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 62 nella pagina 90

La risposta B al quesito 89 è sbagliata

Se, ad esempio, ci sono 20 monete da 1 € e 20 monete da 2 € il salvadanaio contiene 60 €. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 89 nella pagina 130

Quesito 63

I numeri interi strettamente positivi a, b, c, d sono tutti differenti tra loro e sono tutti minori di 6. Sapendo che la loro somma vale 12 determinare il loro prodotto.

- | | |
|-------|--------------|
| A. 60 | ➡ pagina 94 |
| B. 24 | ➡ pagina 92 |
| C. 50 | ➡ pagina 105 |
| D. 40 | ➡ pagina 124 |
| E. 30 | ➡ pagina 117 |

La risposta D al quesito 87 è sbagliata

La condizione $x_n = x_n + 1$ è falsa per ogni valore di x_n . Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 87 nella pagina 128

La risposta D al quesito 79 è sbagliata

I punti (x, y) dell'insieme soddisfano la disequazione

$$\frac{y - 2x}{x} > 0.$$

Risolvendo tale disequazione, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 79 nella pagina 120

La risposta B al quesito 63 è sbagliata

I numeri a, b, c, d sono tutti differenti tra loro e possono assumere solo i valori 1, 2, 3, 4, 5. Osservato che $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$, si deduce che sono assunti solo i valori 1, 2, 4, 5 (in un ordine qualunque). Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 63 nella pagina 92

La risposta B al quesito 69 è sbagliata

Se, ad esempio, il reddito di un cittadino è di 25 000 €, egli dovrà pagare, secondo il nuovo sistema, un importo di $(\frac{20}{100}25\,000 + 1000)$ € = 6000 €, mentre, con il vecchio sistema, avrebbe pagato $\frac{25}{100}25\,000$ € = 6250 €. Quindi il nuovo sistema risulta più conveniente. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 69 nella pagina 103

La risposta A al quesito 71 è sbagliata

Se $C = (0, -1/2)$ vale:

$$\overline{AB} = \sqrt{5}, \quad \overline{AC} = \sqrt{\frac{5}{4}}, \quad \overline{BC} = \frac{5}{2}.$$

Verificato che si ha $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$, in quanto $\frac{25}{4} = 5 + \frac{5}{4}$, il triangolo ABC è rettangolo con ipotenusa BC . Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 71 nella pagina 107

La risposta C al quesito 67 è sbagliata

Ad esempio, per $x = 0$ la funzione $\sqrt{x^2 - 1}$ non è definita. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 67 nella pagina 99

La risposta A al quesito 69 è sbagliata

Se x è il reddito in euro, un cittadino dovrà pagare, secondo il nuovo sistema, un importo di $\frac{20}{100}x + 1000$, mentre, con il vecchio sistema, avrebbe pagato $\frac{25}{100}x$. Osservando che $x > 25\,000$, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 69 nella pagina 103

La risposta E al quesito 87 è giusta

Per ogni n intero positivo, l'equazione proposta è un'equazione di primo grado nella variabile x e, mettendo in evidenza la x al primo membro, essa è equivalente all'equazione

$$x \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} \right) + 1 + \frac{2}{2} + \cdots + \frac{n}{n} = n,$$

ovvero, posto $a_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} > 0$,

$$a_n x = 0.$$

Quindi la soluzione (unica) dell'equazione è $x_n = 0$ per ogni n . Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 65 nella pagina 97

La risposta C al quesito 89 è giusta

Introduciamo le notazioni:

n = numero totale di monete

n_1 = numero di monete da 1 €

n_2 = numero di monete da 2 €.

Deve valere

$$n_1 + n_2 = n, \quad n_1 + 2n_2 = 60.$$

Dalle relazioni precedenti si ottiene

$$n_1 + 2(n - n_1) = 60 \Rightarrow n_1 = 2n - 60$$

$$n - n_2 + 2n_2 = 60 \Rightarrow n_2 = 60 - n.$$

Se $n < 40$ si ha $n_1 < 20$ e $n_2 > 20$. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 84 nella pagina 125

La risposta A al quesito 63 è sbagliata

I numeri a, b, c, d sono tutti differenti tra loro e possono assumere solo i valori 1, 2, 3, 4, 5. Osservato che $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$, si deduce che sono assunti solo i valori 1, 2, 4, 5 (in un ordine qualunque). Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 63 nella pagina 92

La risposta E al quesito 90 è sbagliata

L'equazione proposta è un'equazione di secondo grado che può essere posta nella forma

$$x^2 - ax - 1 = 0.$$

Il discriminante vale $\Delta = a^2 + 4$ ed è positivo per ogni valore reale di a . Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 90 nella pagina 131

La risposta E al quesito 66 è sbagliata

Se k e k' sono distinti le rette r_k e $r_{k'}$ non sono parallele perchè hanno coefficiente angolare diverso. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 66 nella pagina 98

La risposta A al quesito 75 è sbagliata

Per ogni numero reale x vale $|x-1| \geq 0$. Ne segue che le soluzioni devono soddisfare la condizione $1 - |x| \geq 0$, ovvero $-1 \leq x \leq 1$. Se si osserva che per tali valori di x si ha $|x-1| = 1-x$, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 75 nella pagina 115

La risposta E al quesito 78 è sbagliata

L'equazione proposta può essere studiata nella forma equivalente

$$\sin x + x = 0,$$

e, essendo $f(x) = \sin x + x$ una funzione dispari, basta considerare i valori $x \geq 0$. Se si fa uso delle proprietà della funzione $\sin x$, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 78 nella pagina 119

Quesito 64

Sia p un numero positivo dispari e q il numero dispari successivo. Si ha:

- | | |
|---|--------------|
| A. $q^2 - p^2$ è divisibile per 16 e può non essere divisibile per 32 | ➡ pagina 95 |
| B. $q^2 - p^2$ può essere dispari | ➡ pagina 89 |
| C. $q^2 - p^2$ è divisibile per 2 e può non essere divisibile per 4 | ➡ pagina 119 |
| D. $q^2 - p^2$ è divisibile per 4 e può non essere divisibile per 8 | ➡ pagina 108 |
| E. $q^2 - p^2$ è divisibile per 8 e può non essere divisibile per 16 | ➡ pagina 119 |

La risposta C al quesito 81 è giusta

La funzione $\tan(2x - 5\pi)$, nell'intervallo $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$, assume tutti i valori reali, quindi in tale intervallo esiste una soluzione dell'equazione proposta. Detta $\bar{x}$ tale soluzione, essendo la funzione periodica di periodo $T = \frac{\pi}{2}$, sono soluzioni dell'equazione gli infiniti valori nella forma $\bar{x} + k\frac{\pi}{2}$, con k intero qualunque. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 74 nella pagina 111

La risposta D al quesito 85 è sbagliata

Sviluppando il quadrato al primo membro dell'equazione $(x - 1)^2 - y^2 = 0$, si osserva che i coefficienti di x^2 e y^2 risultano avere coefficienti di segno opposto. Se si fa uso della definizione di circonferenza, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 85 nella pagina 126

La risposta A al quesito 64 è sbagliata

Se, ad esempio, $p = 1$ e $q = 3$ vale $q^2 - p^2 = 9 - 1 = 8$, che non è divisibile per 16. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 64 nella pagina 95

La risposta A al quesito 83 è sbagliata

Il volume di una sfera di raggio K è $V_s = \frac{4}{3}\pi K^3$, mentre il volume di un cilindro avente diametro di base K ed altezza K è $V_c = \pi \left(\frac{K}{2}\right)^2 K = \frac{\pi}{4}K^3$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 83 nella pagina 124

La risposta D al quesito 78 è giusta

L'equazione proposta può essere studiata nella forma equivalente

$$\sin x + x = 0,$$

e, essendo $f(x) = \sin x + x$ una funzione dispari, basta considerare i valori $x \geq 0$. È immediato osservare che $x = 0$ è una soluzione. Inoltre, vale:

$$\begin{aligned} 0 < x \leq \pi &\Rightarrow \sin x + x > 0 \\ x > \pi &\Rightarrow \sin x + x > -1 + \pi > 0, \end{aligned}$$

quindi non esistono altre soluzioni. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 89 nella pagina 130

La risposta B al quesito 78 è sbagliata

Se $h > 0$ è una soluzione, vale $\sin h = -h$. D'altra parte

$$\sin(h + \pi) = -\sin h = h,$$

e quindi $h + \pi$ è una soluzione dell'equazione se e solo se $h = -(h + \pi)$, cioè $h = -\frac{\pi}{2}$, ma tale valore è negativo. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 78 nella pagina 119

La risposta C al quesito 62 è giusta

In generale, la porzione di superficie sovrapposta è un poligono i cui lati sono parti dei lati dei triangoli equilateri. Per ottenere un rettangolo bisogna necessariamente disporre i triangoli in modo che un lato di uno e un lato dell'altro siano paralleli. Con la disposizione descritta, due lati qualunque (di entrambi i triangoli) o sono paralleli o formano un angolo di 60° e quindi non è possibile ottenere un rettangolo. In maniera alternativa, si può anche procedere per esclusione, osservando che è possibile disporre i triangoli in modo da ottenere un trapezio, un esagono, un triangolo equilatero o un triangolo rettangolo (le altre risposte). Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 82 nella pagina 123

La risposta D al quesito 69 è giusta

Se x è il reddito in euro, un cittadino dovrà pagare, secondo il nuovo sistema, un importo di $\frac{20}{100}x + 1000$, mentre, con il vecchio sistema, avrebbe pagato $\frac{25}{100}x$. Se $x > 25\,000$, la differenza è negativa

$$\left(\frac{20}{100}x + 1000\right) - \frac{25}{100}x = 1000 - \frac{x}{20} < 1000 - \frac{25\,000}{20} = -250.$$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 85 nella pagina 126

Quesito 65

Nel piano cartesiano, il luogo dei punti di coordinate (x, y) che verificano l'equazione $(y - 2x^2)(y^2 - 4) = 0$ è:

- A. l'insieme costituito dai punti di coordinate $(1, -2), (1, 2)$ ➡ pagina 110
- B. l'insieme costituito dai punti di coordinate $(1, 2), (-1, 2)$ ➡ pagina 129
- C. l'unione di una parabola e di due rette ➡ pagina 107
- D. l'intersezione di un'iperbole e di due rette ➡ pagina 118
- E. l'intersezione di una parabola e di due rette ➡ pagina 127

La risposta E al quesito 73 è giusta

Detto ℓ il lato del quadrato originario, i rettangoli sovrapposti hanno lati ℓ e $\ell/2$. Il loro perimetro vale $P = 2(\ell + \ell/2) = 3\ell$. Quindi $\ell = \frac{1}{3} \cdot 12 \text{ cm} = 4 \text{ cm}$ e l'area del quadrato vale 16 cm^2 . Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 71 nella pagina 107

La risposta D al quesito 84 è sbagliata

Se si fa uso del teorema del resto, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 84 nella pagina 125

La risposta A al quesito 74 è sbagliata

Siano a e b i cateti del triangolo rettangolo. Il cono generato dalla rotazione del triangolo intorno ad a ha altezza a e raggio di base b . Il cono generato dalla rotazione del triangolo intorno a b ha altezza b e raggio di base a . Se si calcolano i volumi dei coni, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 74 nella pagina 111

La risposta D al quesito 71 è sbagliata

Se $C = (-4, 0)$ vale:

$$\overline{AB} = \sqrt{5}, \quad \overline{AC} = 5, \quad \overline{BC} = 2\sqrt{5}.$$

Verificato che si ha $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$, in quanto $25 = 5 + 20$, il triangolo ABC è rettangolo con ipotenusa AC . Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 71 nella pagina 107

Quesito 66

In un piano cartesiano consideriamo le rette r_k di equazione

$$y = kx + 2k + 1$$

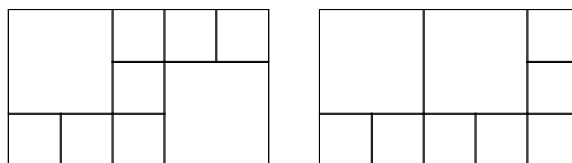
dove k è un parametro reale.

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- A. Le rette r_k sono a due a due incidenti, ma non esiste nessun punto comune a tutte ➡ pagina 125
- B. Per $k = 0$ non si ottiene l'equazione di una retta ➡ pagina 89
- C. Tutte le rette r_k passano per il punto $(1, -2)$ ➡ pagina 121
- D. Tutte le rette r_k passano per il punto $(-2, 1)$ ➡ pagina 114
- E. Le rette r_k sono parallele fra loro ➡ pagina 94

La risposta E al quesito 70 è giusta

Osserviamo preliminarmente che non c'è un unico modo per disporre i 9 quadrati in modo da formare un rettangolo. Tuttavia si può affermare che le misure dei lati del rettangolo espresse in cm sono numeri interi maggiori di 1 (il rettangolo deve contenere quadrati il cui lato misura 2 cm) e che l'area A del rettangolo vale $A = (2 \cdot 2^2 + 7 \cdot 1^2) \text{ cm}^2 = 15 \text{ cm}^2$. Poiché la scomposizione in fattori primi di 15 è $15 = 3 \cdot 5$, necessariamente, se si riesce a formare un rettangolo, i suoi lati misurano 3 cm e 5 cm. Modi diversi per costruire un rettangolo con le dimensioni trovate sono illustrati in figura.



Quindi il perimetro del rettangolo vale $P = 2(3 + 5) \text{ cm} = 16 \text{ cm}$. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 87 nella pagina 128

Quesito 67

Per quali x reali è verificata la disequazione $\sqrt{x^2 - 1} > 2x$?

- A. $x \geq -1$
- B. $x \leq -1$
- C. $-1 < x < 1$
- D. per nessun x reale
- E. $x \geq 1$

☛ pagina 107

☛ pagina 125

☛ pagina 93

☛ pagina 124

☛ pagina 118

La risposta B al quesito 85 è sbagliata

È immediato osservare che vale:

$$(x-1)^2 - y^2 = (x-1-y)(x-1+y).$$

Quindi i punti del luogo soddisfano una delle due seguenti condizioni:

$$x-1-y=0 \quad \text{oppure} \quad x-1+y=0.$$

Pertanto la risposta è sbagliata.

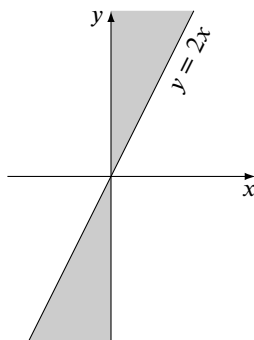
☛ al quesito 85 nella pagina 126

La risposta C al quesito 79 è giusta

I punti (x,y) dell'insieme considerato si ottengono risolvendo la disequazione $\frac{y-2x}{x} > 0$. Le sue soluzioni soddisfano uno dei seguenti sistemi di disequazioni:

$$\begin{cases} y-2x < 0 \\ x < 0 \end{cases} \quad \text{oppure} \quad \begin{cases} y-2x > 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

Il primo sistema individua i punti del terzo quadrante che si trovano sotto la retta $y = 2x$, mentre il secondo sistema individua i punti del primo quadrante che si trovano sopra la retta $y = 2x$ (vedi figura).



Quindi l'insieme è costituito da due angoli opposti al vertice. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 64 nella pagina 95

La risposta C al quesito 71 è sbagliata

Se $C = (1,2)$ vale:

$$\overline{AB} = \sqrt{5}, \quad \overline{AC} = 2, \quad \overline{BC} = 1.$$

Verificato che si ha $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$, in quanto $5 = 4 + 1$, il triangolo ABC è rettangolo con ipotenusa AB . Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 71 nella pagina 107

La risposta C al quesito 76 è giusta

Usando l'uguaglianza $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ e le proprietà dei logaritmi, si ha:

$$\begin{aligned} \log(x^4 + 2x^2 + \sin^2 x + \cos^2 x) &= \log(x^4 + 2x^2 + 1) = \\ &= \log(x^2 + 1)^2 = 2 \log(x^2 + 1). \end{aligned}$$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 70 nella pagina 104

La risposta B al quesito 86 è sbagliata

Aldo e Bea hanno due posti a disposizione e quindi hanno due modi per disporsi. Gli altri quattro amici hanno quattro posti a disposizione. Se si fa uso della formula per calcolare il numero di permutazioni di 4 persone su 4 posti, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 86 nella pagina 127

La risposta D al quesito 61 è sbagliata

Osserviamo che, per $\alpha \in \mathbb{R}$, vale:

$$\begin{aligned} \sin 3\alpha &= \sin \alpha \cos 2\alpha + \cos \alpha \sin 2\alpha = \\ &= \sin \alpha (1 - 2 \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos^2 \alpha = \\ &= \sin \alpha [(1 - 2 \sin^2 \alpha) + 2(1 - \sin^2 \alpha)] = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha. \end{aligned}$$

Usando la disuguaglianza precedente con $\alpha = \frac{\pi}{18}$ e osservando che $0 < \frac{\pi}{18} < \frac{\pi}{2}$, si ha:

$$\begin{aligned} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)}{3} &= \frac{\sin\left(3\frac{\pi}{18}\right)}{3} = \frac{3 \sin\left(\frac{\pi}{18}\right) - 4 \sin^3\left(\frac{\pi}{18}\right)}{3} = \\ &= \sin\left(\frac{\pi}{18}\right) - \frac{4}{3} \sin^3\left(\frac{\pi}{18}\right) < \sin\left(\frac{\pi}{18}\right), \end{aligned}$$

quindi $x = \frac{\pi}{6}$ non verifica l'uguaglianza proposta. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 61 nella pagina 88

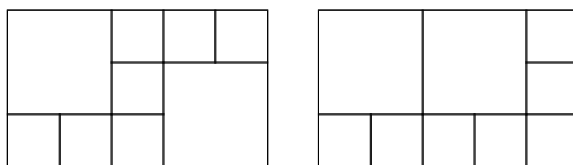
La risposta B al quesito 75 è sbagliata

Per ogni numero reale x vale $|x-1| \geq 0$. Ne segue che le soluzioni devono soddisfare la condizione $1 - |x| \geq 0$, ovvero $-1 \leq x \leq 1$. Se si osserva che per tali valori di x si ha $|x-1| = 1-x$, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 75 nella pagina 115

La risposta C al quesito 70 è sbagliata

Osserviamo preliminarmente che non c'è un unico modo per disporre i 9 quadrati in modo da formare un rettangolo. Modi diversi per farlo sono illustrati in figura.



Tuttavia si può affermare che le misure dei lati del rettangolo espresse in cm sono numeri interi maggiori di 1 (il rettangolo deve contenere quadrati il cui lato misura 2 cm) e che l'area A del rettangolo vale $A = (2 \cdot 2^2 + 7 \cdot 1^2) \text{ cm}^2 = 15 \text{ cm}^2$. Se si fa uso di tali informazioni, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 70 nella pagina 104

La risposta C al quesito 68 è sbagliata

Vale:

$$a = \frac{3n + 3 + (-1)^n}{n + 1} = \frac{3(n + 1) + (-1)^n}{n + 1} = 3 + \frac{(-1)^n}{n + 1}.$$

Se n è pari, $a = 3 + \frac{1}{n+1} > 3 > 2,99$ e quindi esistono infiniti numeri a maggiori di 2,99. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 68 nella pagina 102

La risposta E al quesito 61 è sbagliata

Se si valutano i due membri dell'uguaglianza proposta per $x = \frac{\pi}{2}$, si ha:

$$\sin\left(\frac{x}{3}\right)\Big|_{x=\frac{\pi}{2}} = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2},$$

$$\frac{\sin(x)}{3}\Big|_{x=\frac{\pi}{2}} = \frac{\sin(\frac{\pi}{2})}{3} = \frac{1}{3},$$

quindi $x = \frac{\pi}{2}$ non verifica l'uguaglianza. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 61 nella pagina 88

Quesito 68

Si considerino tutti i numeri reali a della forma

$$a = \frac{3n + 3 + (-1)^n}{n + 1}$$

dove n è un qualunque intero positivo. Quanti dei numeri a sono maggiori di 2,99?

- | | |
|---------------------------|--------------|
| A. infiniti, ma non tutti | ➡ pagina 105 |
| B. nessuno | ➡ pagina 115 |
| C. uno | ➡ pagina 101 |
| D. due | ➡ pagina 120 |
| E. tutti | ➡ pagina 90 |

La risposta A al quesito 76 è sbagliata

Se si fa uso dell'uguaglianza $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ e delle proprietà dei logaritmi, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 76 nella pagina 117

La risposta C al quesito 87 è sbagliata

Per ogni n intero positivo, l'equazione proposta è un'equazione di primo grado nella variabile x . Risolvendola, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 87 nella pagina 128

La risposta D al quesito 75 è giusta

Per ogni numero reale x vale $|x-1| \geq 0$. Ne segue che le soluzioni devono soddisfare la condizione $1 - |x| \geq 0$, ovvero $-1 \leq x \leq 1$. Per tali valori di x si ha $|x-1| = 1-x$. Quindi il problema è ridotto allo studio dell'equazione $1-x = 1-|x|$, con la condizione $-1 \leq x \leq 1$. In definitiva si deve risolvere $x = |x|$, con la condizione $-1 \leq x \leq 1$, ottenendo come soluzione $0 \leq x \leq 1$. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 67 nella pagina 99

La risposta A al quesito 88 è sbagliata

La funzione $\cos^2 x - \cos x - 2$ si annulla se, ad esempio, si sceglie $x = \pi$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 88 nella pagina 129

Quesito 69

In un paese in cui ogni cittadino è tenuto a pagare in tasse il 25% del proprio reddito, un anno l'aliquota viene abbassata al 20%. Viene però contestualmente introdotta una tassa "una tantum" di 1000 € che ogni contribuente è tenuto a pagare. Si può dire che in quello stesso anno, in rapporto a questa operazione:

- A. i cittadini con un reddito superiore a 25 000 € hanno dovuto pagare un importo maggiore di un quinto rispetto a quello che avrebbero dovuto pagare secondo le norme dell'anno precedente ➡ pagina 93
- B. il peso fiscale è rimasto invariato per tutti ➡ pagina 92
- C. solo i cittadini con un reddito superiore a 10 000 € sono stati avvantaggiati ➡ pagina 90
- D. i cittadini con un reddito superiore a 25 000 € sono stati avvantaggiati ➡ pagina 96
- E. solo i cittadini con un reddito inferiore a 20 000 € sono stati avvantaggiati ➡ pagina 116

La risposta C al quesito 84 è giusta

Il teorema del resto stabilisce che il resto della divisione proposta si ottiene valutando il polinomio per $x = 2$:

$$\text{resto} = (2x^3 - 3x + 2)|_{x=2} = 12.$$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 66 nella pagina 98

La risposta A al quesito 77 è sbagliata

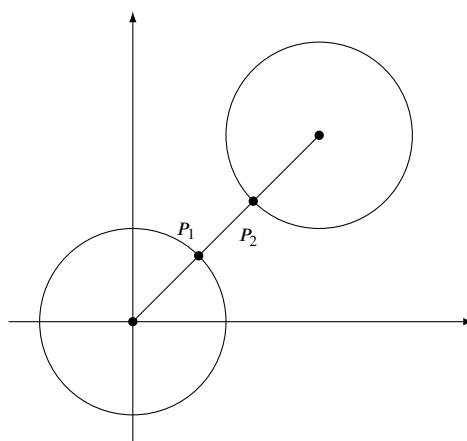
La distanza tra i centri delle circonferenze vale $\sqrt{(2-0)^2 + (2-0)^2} = 2\sqrt{2} > 2$, quindi esse non hanno punti in comune (vedi figura).

Quesito 70

Un rettangolo è formato da due quadrati il cui lato misura 2 cm e da sette quadrati il cui lato misura 1 cm. Il perimetro del rettangolo misura

- A. 22 cm
- B. 18 cm
- C. 24 cm
- D. 20 cm
- E. 16 cm

➡ pagina 116
➡ pagina 130
➡ pagina 101
➡ pagina 113
➡ pagina 98



I punti sulle circonferenze che rendono minima $d(P_1, P_2)$ si trovano sulla retta che passa per i centri come mostrato in figura. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 77 nella pagina 118

La risposta B al quesito 71 è giusta

Se $C = (-1,0)$ vale:

$$\overline{AB} = \sqrt{5}, \quad \overline{AC} = 2, \quad \overline{BC} = \sqrt{5}.$$

Il triangolo è isoscele sulla base AC e non è rettangolo in quanto in un triangolo isoscele rettangolo solo la base può essere l'ipotenusa (il lato più lungo) e, nel caso in esame, vale $\overline{AB} > \overline{BC}$. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 75 nella pagina 115

La risposta E al quesito 82 è sbagliata

Non può valere $x = \sqrt{2}$ perché x è razionale, mentre $\sqrt{2}$ non lo è. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 82 nella pagina 123

La risposta A al quesito 81 è sbagliata

Se si fa uso della proprietà di periodicità della funzione $\tan(2x - 5\pi)$, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 81 nella pagina 122

La risposta B al quesito 90 è sbagliata

L'equazione proposta è un'equazione di secondo grado che può essere posta nella forma

$$x^2 - ax - 1 = 0.$$

Il discriminante vale $\Delta = a^2 + 4$ ed è positivo per ogni valore reale di a . Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 90 nella pagina 131

La risposta A al quesito 68 è giusta

Vale:

$$a = \frac{3n + 3 + (-1)^n}{n + 1} = \frac{3(n + 1) + (-1)^n}{n + 1} = 3 + \frac{(-1)^n}{n + 1}.$$

Se n è pari, $a = 3 + \frac{1}{n+1} > 3 > 2,99$ e quindi esistono infiniti numeri a maggiori di 2,99. Ad esempio, se $n = 1$, $a = 3 - \frac{1}{2} = 2,5 < 2,99$ e quindi non tutti i numeri a sono maggiori di 2,99. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 62 nella pagina 90

La risposta C al quesito 63 è sbagliata

I numeri a, b, c, d sono tutti differenti tra loro e possono assumere solo i valori 1, 2, 3, 4, 5. Osservato che $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$, si deduce che sono assunti solo i valori 1, 2, 4, 5 (in un ordine qualunque). Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 63 nella pagina 92

La risposta E al quesito 89 è sbagliata

Se, ad esempio, ci sono 2 monete da 1 € e 29 monete da 2 € il salvadanaio contiene più monete da 2 € che monete da 1 €. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 89 nella pagina 130

La risposta A al quesito 72 è sbagliata

Dopo ogni rimpiazzo, la frazione di pinot che resta nel miscuglio si calcola nel modo seguente. Si moltiplica la frazione di pinot prima dell'operazione per la frazione di vino che resta in bottiglia dopo il prelievo. Al valore ottenuto si somma la frazione aggiunta. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 72 nella pagina 108

La risposta A al quesito 87 è sbagliata

È immediato osservare che $x_n = 0$ è soluzione dell'equazione per ogni n intero positivo. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 87 nella pagina 128

La risposta D al quesito 90 è giusta

L'equazione proposta è un'equazione di secondo grado che può essere posta nella forma

$$x^2 - ax - 1 = 0.$$

Il discriminante vale $\Delta = a^2 + 4$ ed è positivo per ogni valore reale di a . Quindi l'equazione ha sempre due soluzioni reali distinte. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 78 nella pagina 119

La risposta A al quesito 86 è giusta

Aldo e Bea hanno due posti a disposizione e quindi hanno due modi per disporsi. Gli altri quattro amici hanno quattro posti a disposizione e quindi si tratta di calcolare il numero di permutazioni di 4 persone su 4 posti, cioè $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$. Ne segue che i modi diversi che hanno i sei amici per disporsi nello scompartimento sono $2 \cdot 24 = 48$. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 69 nella pagina 103

La risposta E al quesito 83 è sbagliata

Il volume di una sfera di raggio K è $V_s = \frac{4}{3}\pi K^3$, mentre il volume di un cilindro avente diametro di base K ed altezza K è $V_c = \pi \left(\frac{K}{2}\right)^2 K = \frac{\pi}{4} K^3$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 83 nella pagina 124

La risposta B al quesito 80 è sbagliata

L'insieme delle 100 persone può essere visto come l'unione dei seguenti quattro sottoinsiemi a due a due disgiunti:

$A = \{\text{persone che parlano sia inglese che francese}\}$

$B = \{\text{persone che parlano inglese, ma non parlano francese}\}$

$C = \{\text{persone che parlano francese, ma non parlano inglese}\}$

$D = \{\text{persone che non parlano né inglese né francese}\}$

Il numero di persone in A è pari a $n_A = 12$, il numero di persone in B è pari a $n_B = 51 - 12 = 39$, il numero di persone in C è pari a $n_C = 36 - 12 = 24$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 80 nella pagina 121

Quesito 71

Fissato nel piano un sistema di assi cartesiani ortogonali Oxy , consideriamo i punti $A = (1,0)$ e $B = (0,2)$. Per quale scelta del punto C il triangolo ABC **non** è rettangolo?

- | | |
|--------------------|--------------|
| A. $C = (0, -1/2)$ | ➡ pagina 93 |
| B. $C = (-1,0)$ | ➡ pagina 104 |
| C. $C = (1,2)$ | ➡ pagina 100 |
| D. $C = (-4,0)$ | ➡ pagina 97 |
| E. $C = (0,0)$ | ➡ pagina 115 |

La risposta C al quesito 65 è giusta

Il luogo richiesto è formato da tutti e soli i punti che soddisfano almeno una delle seguenti equazioni:

$$y - 2x^2 = 0 \quad \text{oppure} \quad y - 2 = 0 \quad \text{oppure} \quad y + 2 = 0.$$

La prima è l'equazione di una parabola, le altre due sono rette. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 63 nella pagina 92

La risposta A al quesito 67 è sbagliata

Ad esempio, per $x = 0$ la funzione $\sqrt{x^2 - 1}$ non è definita. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 67 nella pagina 99

La risposta E al quesito 88 è sbagliata

La funzione $\cos^2 x - \cos x - 2$ per $x = 0$ vale -2 e quindi $x = 3k\pi$ non è soluzione per $k = 0$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 88 nella pagina 129

La risposta B al quesito 82 è sbagliata

Poiché $\sqrt{2}$ è un numero irrazionale, non esiste il più piccolo numero razionale maggiore di $\sqrt{2}$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 82 nella pagina 123

La risposta D al quesito 89 è sbagliata

Se, ad esempio, ci sono 56 monete da 1 € e 2 monete da 2 € il salvadanaio contiene più monete da 1 € che monete da 2 €. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 89 nella pagina 130

Quesito 72

Un'azienda vinicola produce il rinomato *pirilot*, un miscuglio di bianco pinot e di rosso merlot in parti uguali. Da una bottiglia il produttore ne preleva $\frac{1}{3}$ e lo rimpiazza con una parte identica di solo pinot, poi preleva $\frac{1}{4}$ del nuovo miscuglio e lo rimpiazza ancora con una parte identica di solo pinot. Quale frazione del miscuglio finale è composta di pinot?

- | | |
|-------------------|--------------|
| A. $\frac{5}{7}$ | ➡ pagina 105 |
| B. $\frac{7}{12}$ | ➡ pagina 109 |
| C. $\frac{5}{12}$ | ➡ pagina 119 |
| D. $\frac{2}{3}$ | ➡ pagina 121 |
| E. $\frac{3}{4}$ | ➡ pagina 89 |

La risposta D al quesito 64 è sbagliata

Se p è un numero positivo dispari vuol dire che per qualche intero positivo k vale $p = 2k - 1$. Il numero dispari successivo di p è $q = 2k + 1$. Vale:

$$q^2 - p^2 = (q + p)(q - p) = 4k \cdot 2 = 8k.$$

Quindi $q^2 - p^2$ è sempre divisibile per 8. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 64 nella pagina 95

La risposta C al quesito 85 è sbagliata

È immediato osservare che vale:

$$(x - 1)^2 - y^2 = (x - 1 - y)(x - 1 + y).$$

Quindi i punti del luogo soddisfano una delle due seguenti condizioni:

$$x - 1 - y = 0 \quad \text{oppure} \quad x - 1 + y = 0.$$

Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 85 nella pagina 126

La risposta D al quesito 86 è sbagliata

Aldo e Bea hanno due posti a disposizione e quindi hanno due modi per disporsi. Gli altri quattro amici hanno quattro posti a disposizione. Se si fa uso della formula per calcolare il numero di permutazioni di 4 persone su 4 posti, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 86 nella pagina 127

La risposta D al quesito 73 è sbagliata

Detto ℓ il lato del quadrato originario, i rettangoli sovrapposti hanno lati ℓ e $\ell/2$. Se si fa uso delle definizioni di perimetro di un rettangolo e di area di un quadrato, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 73 nella pagina 110

La risposta B al quesito 72 è sbagliata

Dopo ogni rimpiazzo, la frazione di pinot che resta nel miscuglio si calcola nel modo seguente. Si moltiplica la frazione di pinot prima dell'operazione per la frazione di vino che resta in bottiglia dopo il prelievo. Al valore ottenuto si somma la frazione aggiunta. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 72 nella pagina 108

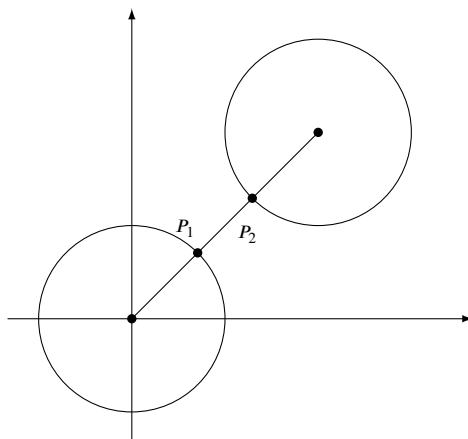
La risposta B al quesito 87 è sbagliata

Per ogni n intero positivo, l'equazione proposta è un'equazione di primo grado nella variabile x . Risolvendola, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 87 nella pagina 128

La risposta D al quesito 77 è sbagliata

La distanza tra i centri delle circonferenze vale $\sqrt{(2-0)^2 + (2-0)^2} = 2\sqrt{2} > 2$, quindi esse non hanno punti in comune (vedi figura).



I punti sulle circonferenze che rendono minima $d(P_1, P_2)$ si trovano sulla retta che passa per i centri come mostrato in figura. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 77 nella pagina 118

Quesito 73

Un foglio di carta di forma quadrata viene piegato in due parti uguali in modo da formare due rettangoli sovrapposti. Sapendo che il perimetro del rettangolo è di 12 cm, qual è l'area del quadrato originario?

- | | |
|----------------------|--------------|
| A. 9 cm^2 | ➡ pagina 115 |
| B. 36 cm^2 | ➡ pagina 130 |
| C. 24 cm^2 | ➡ pagina 121 |
| D. 72 cm^2 | ➡ pagina 109 |
| E. 16 cm^2 | ➡ pagina 97 |

La risposta A al quesito 65 è sbagliata

Il luogo richiesto è formato da tutti e soli i punti che soddisfano almeno una delle seguenti equazioni:

$$y - 2x^2 = 0 \quad \text{oppure} \quad y - 2 = 0 \quad \text{oppure} \quad y + 2 = 0.$$

Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 65 nella pagina 97

La risposta C al quesito 74 è sbagliata

Siano a e b i cateti del triangolo rettangolo. Il cono generato dalla rotazione del triangolo intorno ad a ha altezza a e raggio di base b . Il cono generato dalla rotazione del triangolo intorno a b ha altezza b e raggio di base a . Se si calcolano i volumi dei coni, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 74 nella pagina 111

La risposta A al quesito 85 è giusta

È immediato osservare che vale:

$$(x - 1)^2 - y^2 = (x - 1 - y)(x - 1 + y).$$

Quindi i punti del luogo soddisfano una delle due seguenti condizioni:

$$x - 1 - y = 0 \quad \text{oppure} \quad x - 1 + y = 0.$$

Le due equazioni precedenti rappresentano due rette distinte che si intersecano nel punto $(1,0)$. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 83 nella pagina 124

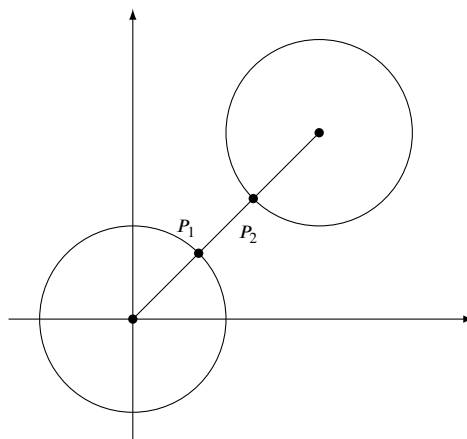
Quesito 74

Un triangolo rettangolo, ruotando attorno ai propri cateti, genera due coni. Il rapporto fra i volumi dei due coni è pari al rapporto fra

- | | |
|-------------------------------------|--------------|
| A. il cateto maggiore e l'ipotenusa | ➡ pagina 97 |
| B. i cateti | ➡ pagina 123 |
| C. i quadrati dei cateti | ➡ pagina 110 |
| D. il cateto minore e l'ipotenusa | ➡ pagina 125 |
| E. i cubi dei cateti | ➡ pagina 129 |

La risposta E al quesito 77 è giusta

La distanza tra i centri delle circonferenze vale $\sqrt{(2-0)^2 + (2-0)^2} = 2\sqrt{2} > 2$, quindi esse non hanno punti in comune (vedi figura).



I punti sulle circonferenze che rendono minima $d(P_1, P_2)$ si trovano sulla retta che passa per i centri come mostrato in figura. La loro distanza si può calcolare sottraendo alla distanza tra i centri la somma dei raggi delle circonferenze:

$$m = 2\sqrt{2} - 2 \cdot 1 = 2(\sqrt{2} - 1).$$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 72 nella pagina 108

La risposta C al quesito 83 è sbagliata

Il volume di una sfera di raggio K è $V_s = \frac{4}{3}\pi K^3$, mentre il volume di un cilindro avente diametro di base K ed altezza K è $V_c = \pi \left(\frac{K}{2}\right)^2 K = \frac{\pi}{4}K^3$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 83 nella pagina 124

La risposta D al quesito 81 è sbagliata

La funzione $\tan(2x-5\pi)$, nell'intervallo $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$, assume tutti i valori reali. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 81 nella pagina 122

La risposta D al quesito 80 è sbagliata

L'insieme delle 100 persone può essere visto come l'unione dei seguenti quattro sottoinsiemi a due a due disgiunti:

$A = \{\text{persone che parlano sia inglese che francese}\}$

$B = \{\text{persone che parlano inglese, ma non parlano francese}\}$

$C = \{\text{persone che parlano francese, ma non parlano inglese}\}$

$D = \{\text{persone che non parlano né inglese né francese}\}$

Il numero di persone in A è pari a $n_A = 12$, il numero di persone in B è pari a $n_B = 51 - 12 = 39$, il numero di persone in C è pari a $n_C = 36 - 12 = 24$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 80 nella pagina 121

La risposta B al quesito 88 è giusta

Posto $t = \cos x$, la disequazione diventa $t^2 - t - 2 \geq 0$. Usando la formula risolutiva delle equazioni di secondo grado, le soluzioni dell'equazione $t^2 - t - 2 = 0$ sono $t_1 = -1$ e $t_2 = 2$. Quindi la disequazione è soddisfatta per $t \leq -1$ oppure $t \geq 2$, ovvero,

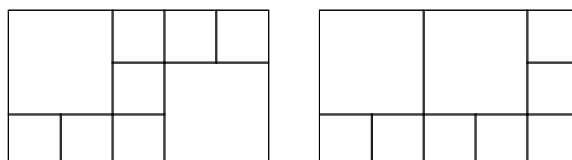
$$\cos x \leq -1 \quad \text{oppure} \quad \cos x \geq 2.$$

La prima è soddisfatta quando $\cos x = -1$, ovvero per $x = \pi + 2k\pi$ per ogni k intero, mentre la seconda non ammette soluzioni. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 73 nella pagina 110

La risposta D al quesito 70 è sbagliata

Osserviamo preliminarmente che non c'è un unico modo per disporre i 9 quadrati in modo da formare un rettangolo. Modi diversi per farlo sono illustrati in figura.



Tuttavia si può affermare che le misure dei lati del rettangolo espresse in cm sono numeri interi maggiori di 1 (il rettangolo deve contenere quadrati il cui lato misura 2 cm) e che l'area A del rettangolo vale $A = (2 \cdot 2^2 + 7 \cdot 1^2) \text{ cm}^2 = 15 \text{ cm}^2$. Se si fa uso di tali informazioni, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 70 nella pagina 104

La risposta B al quesito 76 è sbagliata

Se si fa uso dell'uguaglianza $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ e delle proprietà dei logaritmi, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 76 nella pagina 117

La risposta A al quesito 82 è sbagliata

Poiché $\sqrt{2}$ è un numero irrazionale, non esiste il più grande numero razionale minore di $\sqrt{2}$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 82 nella pagina 123

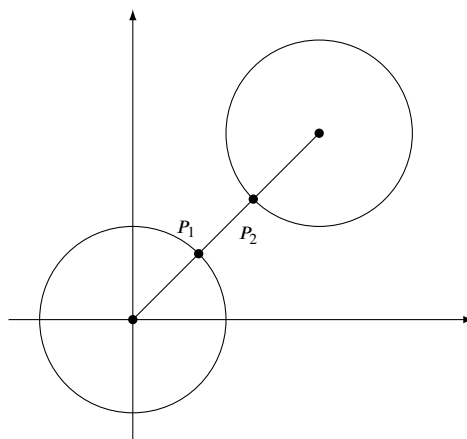
La risposta E al quesito 75 è sbagliata

Ad esempio, per $x = 0$ l'equazione è soddisfatta. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 75 nella pagina 115

La risposta C al quesito 77 è sbagliata

La distanza tra i centri delle circonferenze vale $\sqrt{(2-0)^2 + (2-0)^2} = 2\sqrt{2} > 2$, quindi esse non hanno punti in comune (vedi figura).



I punti sulle circonferenze che rendono minima $d(P_1, P_2)$ si trovano sulla retta che passa per i centri come mostrato in figura. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 77 nella pagina 118

La risposta C al quesito 61 è sbagliata

Se si valutano i due membri dell'uguaglianza proposta per $x = 2\pi$, si ha:

$$\sin\left(\frac{x}{3}\right)\Big|_{x=2\pi} = \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\frac{\sin(x)}{3}\Big|_{x=2\pi} = \frac{\sin(2\pi)}{3} = 0,$$

quindi $x = 2\pi$ non verifica l'uguaglianza. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 61 nella pagina 88

La risposta D al quesito 66 è giusta

Se si sostituisce la coppia $(-2,1)$ nell'equazione si ha:

$$1 = -2k + 2k + 1,$$

una relazione che è verificata per ogni k reale. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 79 nella pagina 120

La risposta D al quesito 88 è sbagliata

La funzione $\cos^2 x - \cos x - 2$ per $x = 0$ vale -2 e quindi $x = 0$ non è soluzione. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 88 nella pagina 129

Quesito 75

L'equazione $|x - 1| = 1 - |x|$ ha

- | | |
|----------------------------------|--------------|
| A. esattamente due soluzioni | ➡ pagina 94 |
| B. esattamente tre soluzioni | ➡ pagina 101 |
| C. esattamente quattro soluzioni | ➡ pagina 117 |
| D. infinite soluzioni | ➡ pagina 102 |
| E. nessuna soluzione | ➡ pagina 113 |

La risposta E al quesito 71 è sbagliata

Se $C = (0,0)$ vale:

$$\overline{AB} = \sqrt{5}, \quad \overline{AC} = 1, \quad \overline{BC} = 2.$$

Verificato che si ha $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$, in quanto $5 = 1 + 4$, il triangolo ABC è rettangolo con ipotenusa AB . Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 71 nella pagina 107

La risposta A al quesito 73 è sbagliata

Detto ℓ il lato del quadrato originario, i rettangoli sovrapposti hanno lati ℓ e $\ell/2$. Se si fa uso delle definizioni di perimetro di un rettangolo e di area di un quadrato, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 73 nella pagina 110

La risposta B al quesito 68 è sbagliata

Vale:

$$a = \frac{3n + 3 + (-1)^n}{n + 1} = \frac{3(n + 1) + (-1)^n}{n + 1} = 3 + \frac{(-1)^n}{n + 1}.$$

Se n è pari, $a = 3 + \frac{1}{n+1} > 3 > 2,99$ e quindi esistono infiniti numeri a maggiori di 2,99. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 68 nella pagina 102

La risposta E al quesito 79 è sbagliata

I punti (x,y) dell'insieme soddisfano la disequazione

$$\frac{y - 2x}{x} > 0.$$

Risolviendo tale disequazione, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 79 nella pagina 120

La risposta A al quesito 90 è sbagliata

L'equazione proposta è un'equazione di secondo grado che può essere posta nella forma

$$x^2 - ax - 1 = 0.$$

Il discriminante vale $\Delta = a^2 + 4$ ed è positivo per ogni valore reale di a . Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 90 nella pagina 131

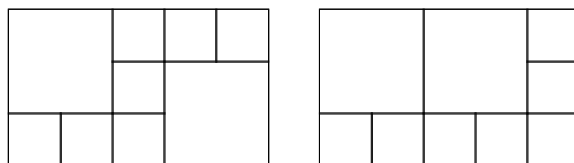
La risposta E al quesito 69 è sbagliata

Se, ad esempio, il reddito di un cittadino è di 15 000 € < 20 000 €, egli dovrà pagare, secondo il nuovo sistema, un importo di $(\frac{20}{100} 15\,000 + 1000)$ € = 4000 €, mentre, con il vecchio sistema, avrebbe pagato $\frac{25}{100} 15\,000$ € = 3750 €. Quindi il nuovo sistema risulta meno conveniente. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 69 nella pagina 103

La risposta A al quesito 70 è sbagliata

Osserviamo preliminarmente che non c'è un unico modo per disporre i 9 quadrati in modo da formare un rettangolo. Modi diversi per farlo sono illustrati in figura.



Tuttavia si può affermare che le misure dei lati del rettangolo espresse in cm sono numeri interi maggiori di 1 (il rettangolo deve contenere quadrati il cui lato misura 2 cm) e che l'area A del rettangolo vale $A = (2 \cdot 2^2 + 7 \cdot 1^2) \text{ cm}^2 = 15 \text{ cm}^2$. Se si fa uso di tali informazioni, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 70 nella pagina 104

La risposta A al quesito 89 è sbagliata

Se, ad esempio, ci sono 56 monete da 1 € e 2 monete da 2 € il salvadanaio contiene più di 30 monete, ma la maggior parte non è da 2 €. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 89 nella pagina 130

La risposta D al quesito 83 è sbagliata

Il volume di una sfera di raggio K è $V_s = \frac{4}{3}\pi K^3$, mentre il volume di un cilindro avente diametro di base K ed altezza K è $V_c = \pi \left(\frac{K}{2}\right)^2 K = \frac{\pi}{4} K^3$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 83 nella pagina 124

Quesito 76

L'espressione

$$\log(x^4 + 2x^2 + \sin^2 x + \cos^2 x)$$

coincide con

- | | |
|---|--------------|
| A. $4 \log(1 + x)$ | ➡ pagina 102 |
| B. $[\log(1 + x^2)]^2$ | ➡ pagina 113 |
| C. $2 \log(1 + x^2)$ | ➡ pagina 100 |
| D. $\log(x^4 + 2x^2) + \log(\sin^2 x + \cos^2 x)$ | ➡ pagina 91 |
| E. $2 \log(1 + x + \sin x + \cos x)$ | ➡ pagina 127 |

La risposta C al quesito 75 è sbagliata

Per ogni numero reale x vale $|x-1| \geq 0$. Ne segue che le soluzioni devono soddisfare la condizione $1 - |x| \geq 0$, ovvero $-1 \leq x \leq 1$. Se si osserva che per tali valori di x si ha $|x-1| = 1-x$, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 75 nella pagina 115

La risposta E al quesito 63 è sbagliata

I numeri a, b, c, d sono tutti differenti tra loro e possono assumere solo i valori 1, 2, 3, 4, 5. Osservato che $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$, si deduce che sono assunti solo i valori 1, 2, 4, 5 (in un ordine qualunque). Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 63 nella pagina 92

La risposta C al quesito 80 è sbagliata

L'insieme delle 100 persone può essere visto come l'unione dei seguenti quattro sottoinsiemi a due a due disgiunti:

- $$\begin{aligned} A &= \{\text{persone che parlano sia inglese che francese}\} \\ B &= \{\text{persone che parlano inglese, ma non parlano francese}\} \\ C &= \{\text{persone che parlano francese, ma non parlano inglese}\} \\ D &= \{\text{persone che non parlano né inglese né francese}\} \end{aligned}$$

Il numero di persone in A è pari a $n_A = 12$, il numero di persone in B è pari a $n_B = 51 - 12 = 39$, il numero di persone in C è pari a $n_C = 36 - 12 = 24$. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 80 nella pagina 121

Quesito 77

Date le due circonferenze rispettivamente di centro $(0, 0)$ e raggio 1 e di centro $(2, 2)$ e raggio 1, si indichi con $d(P_1, P_2)$ la distanza tra un generico punto P_1 che sta sulla prima circonferenza ed un generico punto P_2 che sta sulla seconda circonferenza. Si consideri poi il minimo m di $d(P_1, P_2)$ al variare di P_1 e di P_2 . Si ha che

- | | |
|-----------------------------|--------------|
| A. $m = \sqrt{2}$ | ☛ pagina 103 |
| B. $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$ | ☛ pagina 120 |
| C. $m = \sqrt{2} - 1$ | ☛ pagina 113 |
| D. tale minimo non esiste | ☛ pagina 109 |
| E. $m = 2(\sqrt{2} - 1)$ | ☛ pagina 111 |

La risposta D al quesito 65 è sbagliata

Il luogo richiesto è formato da tutti e soli i punti che soddisfano almeno una delle seguenti equazioni:

$$y - 2x^2 = 0 \quad \text{oppure} \quad y - 2 = 0 \quad \text{oppure} \quad y + 2 = 0.$$

Pertanto la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 65 nella pagina 97

La risposta E al quesito 67 è sbagliata

Ad esempio, per $x = 1$ la disequazione non è soddisfatta. Pertanto la risposta è sbagliata.

☛ al quesito 67 nella pagina 99

La risposta A al quesito 61 è sbagliata

Osserviamo che, per $\alpha \in \mathbb{R}$, vale:

$$\begin{aligned} \sin 3\alpha &= \sin \alpha \cos 2\alpha + \cos \alpha \sin 2\alpha = \\ &= \sin \alpha (1 - 2 \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos^2 \alpha = \\ &= \sin \alpha [(1 - 2 \sin^2 \alpha) + 2(1 - \sin^2 \alpha)] = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha. \end{aligned}$$

Usando la disequaglianza precedente con $\alpha = \frac{\pi}{9}$ e osservando che $0 < \frac{\pi}{9} < \frac{\pi}{2}$, si ha:

$$\begin{aligned} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)}{3} &= \frac{\sin\left(3\frac{\pi}{9}\right)}{3} = \frac{3 \sin\left(\frac{\pi}{9}\right) - 4 \sin^3\left(\frac{\pi}{9}\right)}{3} = \\ &= \sin\left(\frac{\pi}{9}\right) - \frac{4}{3} \sin^3\left(\frac{\pi}{9}\right) < \sin\left(\frac{\pi}{9}\right), \end{aligned}$$

Quesito 78

L'equazione $\sin x = -x$

- | | |
|--|--------------|
| A. ammette infinite soluzioni | ➡ pagina 128 |
| B. se $h > 0$ è una soluzione, allora anche $x = h + \pi$ lo è | ➡ pagina 96 |
| C. non ammette soluzioni | ➡ pagina 123 |
| D. ammette soltanto una soluzione | ➡ pagina 96 |
| E. ammette esattamente due soluzioni | ➡ pagina 94 |

quindi $x = \frac{\pi}{3}$ non verifica l'uguaglianza proposta. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 61 nella pagina 88

La risposta C al quesito 72 è sbagliata

Dopo ogni rimpiazzo, la frazione di pinot che resta nel miscuglio si calcola nel modo seguente. Si moltiplica la frazione di pinot prima dell'operazione per la frazione di vino che resta in bottiglia dopo il prelievo. Al valore ottenuto si somma la frazione aggiunta. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 72 nella pagina 108

La risposta E al quesito 64 è giusta

Se p è un numero positivo dispari vuol dire che per qualche intero positivo k vale $p = 2k - 1$. Il numero dispari successivo di p è $q = 2k + 1$. Vale:

$$q^2 - p^2 = (q + p)(q - p) = 4k \cdot 2 = 8k.$$

Quindi $q^2 - p^2$ è sempre divisibile per 8. Se, ad esempio, $p = 1$ e $q = 3$ vale $q^2 - p^2 = 9 - 1 = 8$, che non è divisibile per 16. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 76 nella pagina 117

La risposta C al quesito 64 è sbagliata

Se p è un numero positivo dispari vuol dire che per qualche intero positivo k vale $p = 2k - 1$. Il numero dispari successivo di p è $q = 2k + 1$. Vale:

$$q^2 - p^2 = (q + p)(q - p) = 4k \cdot 2 = 8k.$$

Quindi $q^2 - p^2$ è sempre divisibile per 4. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 64 nella pagina 95

Quesito 79

L'insieme $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \neq 0, y/x > 2\}$ è costituito da

- | | |
|--|--------------|
| A. una delle parti di piano delimitate da una iperbole | ➡ pagina 127 |
| B. una corona circolare | ➡ pagina 122 |
| C. due angoli opposti al vertice | ➡ pagina 99 |
| D. un semipiano | ➡ pagina 92 |
| E. due semipiani | ➡ pagina 115 |

La risposta D al quesito 68 è sbagliata

Vale:

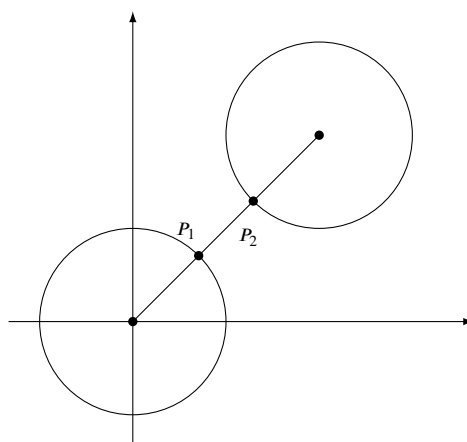
$$a = \frac{3n + 3 + (-1)^n}{n + 1} = \frac{3(n + 1) + (-1)^n}{n + 1} = 3 + \frac{(-1)^n}{n + 1}.$$

Se n è pari, $a = 3 + \frac{1}{n+1} > 3 > 2,99$ e quindi esistono infiniti numeri a maggiori di 2,99. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 68 nella pagina 102

La risposta B al quesito 77 è sbagliata

La distanza tra i centri delle circonferenze vale $\sqrt{(2-0)^2 + (2-0)^2} = 2\sqrt{2} > 2$, quindi esse non hanno punti in comune (vedi figura).



I punti sulle circonferenze che rendono minima $d(P_1, P_2)$ si trovano sulla retta che passa per i centri come mostrato in figura. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 77 nella pagina 118

Quesito 80

In un gruppo di 100 persone 51 parlano inglese, 36 francese, delle quali 12 sia inglese che francese. Quante di loro non parlano né inglese né francese?

- | | |
|-------|--------------|
| A. 49 | ➡ pagina 88 |
| B. 15 | ➡ pagina 106 |
| C. 29 | ➡ pagina 117 |
| D. 13 | ➡ pagina 112 |
| E. 25 | ➡ pagina 126 |

La risposta C al quesito 73 è sbagliata

Detto ℓ il lato del quadrato originario, i rettangoli sovrapposti hanno lati ℓ e $\ell/2$. Se si fa uso delle definizioni di perimetro di un rettangolo e di area di un quadrato, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 73 nella pagina 110

La risposta C al quesito 66 è sbagliata

Se si sostituisce la coppia $(1, -2)$ nell'equazione si ha:

$$-2 = k + 2k + 1,$$

una relazione che non è verificata per ogni k reale. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 66 nella pagina 98

La risposta D al quesito 72 è sbagliata

Dopo ogni rimpiazzo, la frazione di pinot che resta nel miscuglio si calcola nel modo seguente. Si moltiplica la frazione di pinot prima dell'operazione per la frazione di vino che resta in bottiglia dopo il prelievo. Al valore ottenuto si somma la frazione aggiunta. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 72 nella pagina 108

Quesito 81

Quanti sono i numeri reali x che sono soluzioni dell'equazione

$$\tan(2x - 5\pi) = -10^4$$

- | | |
|-------------|--------------|
| A. uno | ➡ pagina 105 |
| B. cinque | ➡ pagina 125 |
| C. infiniti | ➡ pagina 95 |
| D. nessuno | ➡ pagina 112 |
| E. due | ➡ pagina 91 |

La risposta E al quesito 85 è sbagliata

È immediato osservare che vale:

$$(x - 1)^2 - y^2 = (x - 1 - y)(x - 1 + y).$$

Quindi i punti del luogo soddisfano una delle due seguenti condizioni:

$$x - 1 - y = 0 \quad \text{oppure} \quad x - 1 + y = 0.$$

Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 85 nella pagina 126

La risposta C al quesito 82 è sbagliata

Il valore di y non è fissato, mentre quello di x lo è. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 82 nella pagina 123

La risposta B al quesito 79 è sbagliata

I punti (x, y) dell'insieme soddisfano la disequazione

$$\frac{y - 2x}{x} > 0.$$

Risolviendo tale disequazione, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 79 nella pagina 120

Quesito 82

Sia x un numero razionale che soddisfa questa proprietà:

$$x \leq y \quad \text{per ogni } y \text{ razionale tale che } y > \sqrt{2}$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- A. x è il più grande numero razionale minore di $\sqrt{2}$ ➡ pagina 113
- B. x è il più piccolo numero razionale maggiore di $\sqrt{2}$ ➡ pagina 107
- C. $x = y$ ➡ pagina 122
- D. $x < \sqrt{2}$ ➡ pagina 131
- E. $x = \sqrt{2}$ ➡ pagina 104

La risposta B al quesito 74 è giusta

Siano a e b i cateti del triangolo rettangolo. I volumi dei coni sono riportati in tabella.

	Volume del cono
rotazione intorno ad a (a è altezza e b raggio di base del cono)	$\frac{\pi}{3} b^2 \cdot a$
rotazione intorno a b (b è altezza e a raggio di base del cono)	$\frac{\pi}{3} a^2 \cdot b$

Quindi il rapporto tra i volumi dei due coni è

$$\frac{\frac{\pi}{3} b^2 \cdot a}{\frac{\pi}{3} a^2 \cdot b} = \frac{b}{a}.$$

Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 61 nella pagina 88

La risposta C al quesito 78 è sbagliata

È immediato osservare che $x = 0$ è una soluzione. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 78 nella pagina 119

Quesito 83

Una quantità di liquido che riempie una sfera di raggio K viene travasata in cilindri aventi diametro di base K ed altezza K . Qual è il numero minimo di cilindri che occorrono per compiere questa operazione?

- | | |
|------|--------------|
| A. 5 | ➡ pagina 95 |
| B. 6 | ➡ pagina 90 |
| C. 3 | ➡ pagina 112 |
| D. 9 | ➡ pagina 116 |
| E. 4 | ➡ pagina 106 |

La risposta E al quesito 84 è sbagliata

Se si fa uso del teorema del resto, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 84 nella pagina 125

La risposta D al quesito 67 è sbagliata

Ad esempio, per $x = -1$ la disequazione è soddisfatta. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 67 nella pagina 99

La risposta D al quesito 63 è giusta

I numeri a, b, c, d sono tutti differenti tra loro e possono assumere solo i valori 1, 2, 3, 4, 5. Osservato che $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$, si deduce che sono assunti solo i valori 1, 2, 4, 5 (in un ordine qualunque). Quindi il prodotto dei quattro numeri è pari a $1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5 = 40$. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 81 nella pagina 122

La risposta A al quesito 84 è sbagliata

Se si fa uso del teorema del resto, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 84 nella pagina 125

Quesito 84

Il resto della divisione del polinomio $2x^3 - 3x + 2$ per $x - 2$ è:

- A. 8
- B. -1
- C. 12
- D. -8
- E. -12

➡ pagina 124
➡ pagina 91
➡ pagina 103
➡ pagina 97
➡ pagina 124

La risposta B al quesito 67 è giusta

Ha senso studiare la disequazione solo per $x^2 - 1 \geq 0$, cioè per $x \leq -1$ o per $x \geq 1$. Per $x \geq 1$ si possono elevare al quadrato entrambi i membri della disequazione ottenendo

$$x^2 - 1 \geq 4x^2 \iff 3x^2 + 1 \leq 0,$$

che non è mai verificata. Per $x \leq -1$ la disequazione è sempre verificata. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 86 nella pagina 127

La risposta B al quesito 81 è sbagliata

Se si fa uso della proprietà di periodicità della funzione $\tan(2x - 5\pi)$, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 81 nella pagina 122

La risposta D al quesito 74 è sbagliata

Siano a e b i cateti del triangolo rettangolo. Il cono generato dalla rotazione del triangolo intorno ad a ha altezza a e raggio di base b . Il cono generato dalla rotazione del triangolo intorno a b ha altezza b e raggio di base a . Se si calcolano i volumi dei coni, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 74 nella pagina 111

La risposta A al quesito 66 è sbagliata

Se k e k' sono distinti le rette r_k e $r_{k'}$ non sono parallele (hanno coefficiente angolare diverso) e il punto di intersezione si ottiene risolvendo il sistema

$$\begin{cases} y = kx + 2k + 1 \\ y = k'x + 2k' + 1. \end{cases}$$

Quesito 85

Rispetto ad un riferimento cartesiano ortogonale Oxy del piano, l'equazione

$$(x - 1)^2 - y^2 = 0$$

individua:

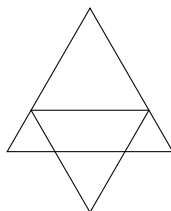
- | | |
|------------------------|--------------|
| A. due rette incidenti | ➡ pagina 110 |
| B. una parabola | ➡ pagina 99 |
| C. due soli punti | ➡ pagina 108 |
| D. una circonferenza | ➡ pagina 95 |
| E. due rette parallele | ➡ pagina 122 |

Il sistema ammette sempre la stessa soluzione per tutti i valori di k e k' distinti. Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 66 nella pagina 98

La risposta A al quesito 62 è sbagliata

Ad esempio, se si dispongono i triangoli come in figura, la porzione di superficie sovrapposta è un trapezio.



Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 62 nella pagina 90

La risposta E al quesito 80 è giusta

L'insieme delle 100 persone può essere visto come l'unione dei seguenti quattro sottoinsiemi a due a due disgiunti:

- $A = \{\text{persone che parlano sia inglese che francese}\}$
- $B = \{\text{persone che parlano inglese, ma non parlano francese}\}$
- $C = \{\text{persone che parlano francese, ma non parlano inglese}\}$
- $D = \{\text{persone che non parlano né inglese né francese}\}$

Quesito 86

Aldo, Bea, Carlo, Dario, Ebe, Franco vanno in treno e trovano uno scompartimento a sei posti libero. Considerando che Aldo e Bea devono stare vicino al finestrino, quanti modi diversi hanno i sei amici di disporsi nello scompartimento?

- | | |
|--------|--------------|
| A. 48 | ➡ pagina 106 |
| B. 4 | ➡ pagina 100 |
| C. 240 | ➡ pagina 128 |
| D. 8 | ➡ pagina 108 |
| E. 10 | ➡ pagina 91 |

Il numero di persone in A è pari a $n_A = 12$, il numero di persone in B è pari a $n_B = 51 - 12 = 39$, il numero di persone in C è pari a $n_C = 36 - 12 = 24$. Quindi il numero di persone in D è pari a $n_D = 100 - (12 + 39 + 24) = 25$. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 90 nella pagina 131

La risposta E al quesito 65 è sbagliata

Il luogo richiesto è formato da tutti e soli i punti che soddisfano almeno una delle seguenti equazioni:

$$y - 2x^2 = 0 \quad \text{oppure} \quad y - 2 = 0 \quad \text{oppure} \quad y + 2 = 0.$$

Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 65 nella pagina 97

La risposta E al quesito 76 è sbagliata

Se si fa uso dell'uguaglianza $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ e delle proprietà dei logaritmi, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 76 nella pagina 117

La risposta A al quesito 79 è sbagliata

I punti (x, y) dell'insieme soddisfano la disequazione

$$\frac{y - 2x}{x} > 0.$$

Risolvendo tale disequazione, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 79 nella pagina 120

Quesito 87

Dato n intero positivo, sia x_n la soluzione dell'equazione

$$\frac{x+1}{1} + \frac{x+2}{2} + \cdots + \frac{x+n}{n} = n$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- | | |
|--|--------------|
| A. $x_n \neq 0$ per ogni n | ➡ pagina 106 |
| B. se $n_1 < n_2$ allora $x_{n_1} < x_{n_2}$ | ➡ pagina 109 |
| C. se $n_1 < n_2$ allora $x_{n_1} > x_{n_2}$ | ➡ pagina 102 |
| D. $x_n = x_{n+1} + 1$ per ogni n | ➡ pagina 92 |
| E. $x_n = x_{n+1}$ per ogni n | ➡ pagina 93 |

La risposta A al quesito 78 è sbagliata

L'equazione proposta può essere studiata nella forma equivalente

$$\sin x + x = 0,$$

e, essendo $f(x) = \sin x + x$ una funzione dispari, basta considerare i valori $x \geq 0$. Se si fa uso delle proprietà della funzione $\sin x$, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 78 nella pagina 119

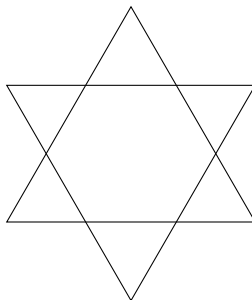
La risposta C al quesito 86 è sbagliata

Aldo e Bea hanno due posti a disposizione e quindi hanno due modi per disporsi. Gli altri quattro amici hanno quattro posti a disposizione. Se si fa uso della formula per calcolare il numero di permutazioni di 4 persone su 4 posti, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 86 nella pagina 127

La risposta B al quesito 62 è sbagliata

Ad esempio, se si dispongono i triangoli come in figura, la porzione di superficie sovrapposta è un esagono.



Quesito 88

La disequazione $\cos^2 x - \cos x - 2 \geq 0$ è verificata per:

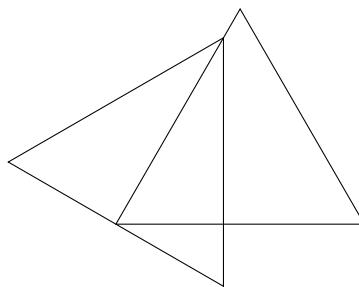
- | | |
|--|--------------|
| A. nessun valore reale di x | ➡ pagina 102 |
| B. $x = \pi + 2k\pi$ per ogni k intero | ➡ pagina 112 |
| C. $x = 2k\pi$ per ogni k intero | ➡ pagina 91 |
| D. qualunque valore reale di x | ➡ pagina 114 |
| E. $x = 3k\pi$ per ogni k intero | ➡ pagina 107 |

Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 62 nella pagina 90

La risposta E al quesito 62 è sbagliata

Ad esempio, se si dispongono i triangoli come in figura, la porzione di superficie sovrapposta è un triangolo rettangolo.



Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 62 nella pagina 90

La risposta B al quesito 65 è sbagliata

Il luogo richiesto è formato da tutti e soli i punti che soddisfano almeno una delle seguenti equazioni:

$$y - 2x^2 = 0 \quad \text{oppure} \quad y - 2 = 0 \quad \text{oppure} \quad y + 2 = 0.$$

Pertanto la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 65 nella pagina 97

La risposta E al quesito 74 è sbagliata

Siano a e b i cateti del triangolo rettangolo. Il cono generato dalla rotazione del triangolo intorno ad a ha altezza a e raggio di base b . Il cono generato dalla rotazione del triangolo intorno a b ha altezza b e raggio di base a . Se si calcolano i volumi dei coni, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 74 nella pagina 111

Quesito 89

Nel salvadanaio di Geremia ci sono monete da 1 € e da 2 €, per un totale di 60 €. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- A. Se il salvadanaio contiene almeno 30 monete, allora la maggior parte di queste sono da 2 € ➡ pagina 116
- B. Il numero di monete da 1 € non può essere uguale al numero di monete da 2 € ➡ pagina 91
- C. Se il salvadanaio contiene meno di 40 monete, allora la maggior parte di queste sono da 2 € ➡ pagina 93
- D. Il numero di monete da 1 € è sicuramente minore del numero di monete da 2 € ➡ pagina 107
- E. Il numero di monete da 1 € è sicuramente maggiore del numero di monete da 2 € ➡ pagina 105

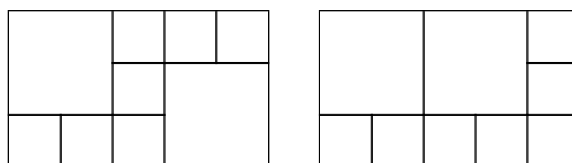
La risposta B al quesito 73 è sbagliata

Detto ℓ il lato del quadrato originario, i rettangoli sovrapposti hanno lati ℓ e $\ell/2$. Se si fa uso delle definizioni di perimetro di un rettangolo e di area di un quadrato, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 73 nella pagina 110

La risposta B al quesito 70 è sbagliata

Osserviamo preliminarmente che non c'è un unico modo per disporre i 9 quadrati in modo da formare un rettangolo. Modi diversi per farlo sono illustrati in figura.



Tuttavia si può affermare che le misure dei lati del rettangolo espresse in cm sono numeri interi maggiori di 1 (il rettangolo deve contenere quadrati il cui lato misura 2 cm) e che l'area A del rettangolo vale $A = (2 \cdot 2^2 + 7 \cdot 1^2) \text{ cm}^2 = 15 \text{ cm}^2$. Se si fa uso di tali informazioni, si deduce che la risposta è sbagliata.

➡ al quesito 70 nella pagina 104

Quesito 90

L'equazione $x(x - a) = 1$ ha due soluzioni distinte

- | | |
|-----------------------------------|--------------|
| A. se e solo se $a \geq 0$ | ➡ pagina 116 |
| B. se e solo se $-1 < a < 1$ | ➡ pagina 105 |
| C. per nessun valore reale di a | ➡ pagina 88 |
| D. per tutti gli a reali | ➡ pagina 106 |
| E. se e solo se $-2 < a < 2$ | ➡ pagina 94 |

La risposta D al quesito 82 è giusta

Non può valere $x = \sqrt{2}$ perché x è razionale, mentre $\sqrt{2}$ non lo è. D'altra parte, se fosse $x > \sqrt{2}$, si potrebbe scegliere y razionale tale che $x > y > \sqrt{2}$ ottenendo una contraddizione. Quindi deve valere $x < \sqrt{2}$. Pertanto la risposta è giusta.

➡ al quesito 77 nella pagina 118

La lettura del libretto mentor è terminata.